UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA

SECCIONAL IBAGUE

Diseño y análisis de Experimentos

Objetivos

- Diferenciar grupos de una población usando diseños experimentales y pruebas de varianzas ANDEVA
- Hacer inferencias y valorar los modelos de ANDEVA en la solución de problemas experimentales.

$$\frac{\sum_{1}^{t}\left(\sum_{1}^{r}(x_i)\right)^2}{r} - \frac{\left(\sum_{1}^{n} x_{ij}\right)^2}{n}$$

02/02/2010

Dagoberto Salgado Horta

Índice

1 Experimentación, conceptos básicos

Una investigación con condiciones controladas y con un diseño predefinido es un experimento.

Un experimento, es una investigación en condiciones controladas. Es la forma más común de investigar en las ingenierías. Al controlar las condiciones de investigación el número de repeticiones es menor que en una investigación de tipo descriptivo. Para entrar al mundo de la experimentación es necesario manejar algunos conceptos básicos como:

Unidad Experimental es la mínima unidad donde se aplican los tratamientos, puede ser una persona o una comunidad, una planta o una parcela. Es la unidad donde se toma el dato. El tamaño y *número de elementos varía según los objetivos de la investigación.*

Factor de un experimento es una variable independiente nominal o categórica; es una variable cuyos niveles son configurados por el experimentador, "es el tema del experimento". Un experimento puede tener más de un factor en estudio. Cada valor o tipo del factor se llama Tratamiento o Grupo, estos suelen ser las nuevas tecnologías a evaluar, lo que propone como novedoso el investigador.

Tratamientos Testigos son tratamientos de referencia, sirven para comparar los tratamientos propios del experimento. Pueden ser de dos tipos: Absoluto y Relativo. A veces un experimento lleva ambos testigos. El tratamiento absoluto, puede ser “no aplicar tratamiento”, permite medir la variable dependiente, ante la ausencia de las tecnologías que se están probando. El tratamiento relativo puede ser la tecnología tradicional, lo que se hace de manera corriente, me permite valorar la mejora que producen las nuevas tecnologías, tomando como referencia lo que se hace de forma tradicional.

Repetición Es el número de veces que ocurre cada tratamiento. ¡Para poder hacer estadística debe haber repeticiones¡ Para tener confiabilidad en los resultados de un experimento, el número mínimo de repeticiones no debería ser menor a cuatro.

Tamaño de un experimento: es el número de unidades experimentales del experimento, “n”. Cuando el número de repeticiones por tratamiento es el mismo valor, “n” es igual al número de tratamientos por el número de repeticiones, “n=r t”.

Diseño del experimento. Es el arreglo espacial y en el tiempo de los tratamientos. Cuando más complicado es el diseño, más grados de libertad pierde modelo, pero se controla mejor el error experimental si se conocen las direcciones de los gradiente de las causas de perturbación. En este sentido hay un equilibrio dinámico, un diseño más complejo y que no tiene un mejor el control del error puede ser más ineficiente que un diseño simple. No hay un diseño mejor que otro, el investigador debe descubrir cuál es el mejor diseño para su experimento y este dependerá de la irregularidad del área experimental, del número de tratamientos y de la orientación espacial de las causas que perturban el experimento. El diseño más simple de todos es el Diseño Completamente al

Azar, DCA, sin embargo el diseño más utilizado en la agricultura en el de Bloques completos al azar, BCA.

Un diseño experimental más complicado no garantiza un mejor control del error experimental.

Ejercicios a Resolver

Problema. Se hizo un experimento de evaluación de la durabilidad en horas, de 4 tipos de máquinas: “A”, “B” “C” y “D”. La máquina “D” es la que usa comercialmente la gente y las máquinas “A”, “B” y “C” son nuevos prototipos que se acaban de diseñar. El experimento tiene 5 repeticiones, hay 5 máquinas iguales de cada tipo. Cada unidad experimental era una máquina. Diga:

¿Cuál es el factor en estudio?

¿Cuántas unidades experimentales tiene el experimento?

¿Cuál es la variable dependiente, de investigación?

¿Cuáles son los tratamientos experimentales, nuevas tecnologías?

¿Cuál es el tratamiento testigo?

2 Modelos ANDEVA

La técnica del Análisis de la Varianza (ANDEVA) es una de las técnicas más utilizadas en los análisis de los datos de los diseños experimentales. Se utiliza cuando queremos contrastar más de dos medias, por lo que puede verse como una extensión de la prueba t para diferencias de dos medias.

El ANDEVA usado para analizar experimentos, es un método muy flexible que permite construir modelos estadísticos para el análisis de los datos experimentales. Básicamente es un procedimiento que permite dividir la varianza de la variable dependiente, generalmente variable continua, en dos o más componentes, cada uno de los cuales puede ser atribuido a una fuente (variable o factor) identificable y la otra al error experimental. Las variables independientes son generalmente nominales, son los Factores en estudio y hacen grupos o tratamientos.

Los modelos que permite construir el ANDEVA pueden ser reducidos al cociente entre dos varianzas, el numerador es la varianza del modelo como los tratamientos, bloques, etc. y el denominador es la varianza de los errores. Por ejemplo en un caso de Andeva unifactorial ó anova one way el valor “F” calculado es $\frac{S_{trat}^2}{S_{error}^2}$.

El ANDEVA está basado en ciertos supuestos, unos más posibles que otros Es evidente que cuantos más factores introduzcamos se espera que quede menos cantidad de variación residual (error) por explicar. Pero siempre quedará alguna variación residual.

Suposiciones del Análisis de Varianza

En cada ocasión que se realice un análisis de varianza (ANDEVA), rutinariamente deben examinarse los datos para determinar si estos indican alguna desviación de los supuestos que rigen dicho análisis. Por lo tanto, es recomendable realizar un análisis de las suposiciones en las que se basa el ANDEVA junto con el análisis mismo. Sólo después de hacer este análisis de suposiciones y que éstas se cumplan razonablemente, se puede expresar con cierta confianza la validez de los resultados estadísticos.

Las suposiciones en las que se basa el ANDEVA son las siguientes:

- Los errores de los datos son normales.
- Varianzas son homogéneas.
- Independencia de medias y varianzas
- Aditividad del modelo

Normalidad de los errores: Es relativamente fácil hacer pruebas de normalidad de los errores, ya sea con un gráfico QQ plot o la prueba de normalidad de Shapiro Wilks. En la primera prueba el valor “r” de correlación debe ser mayor a 0.95 y en la segunda prueba el valor “p” de la prueba de hipótesis debe ser mayor a 0.05, estar en H_0. El programa INFOSTAT puede calcular los errores de cada dato y hace ambas pruebas. Sin embargo este requisito no es tan importante como la Independencia de las Observaciones, pues en general el ANDEVA es una prueba robusta. Esto quiere decir que, aunque los errores de las observaciones <u>no</u> sean normales, las medias de los tratamientos son aproximadamente normales debido al Teorema Central del Límite. Sin embargo, si los errores de los datos son extremadamente no-normales, es posible transformar los datos para cubrir este requisito, o bien emplear métodos no paramétricos.

Homogeneidad de varianzas de los diferentes tratamientos: Esta prueba resulta fundamental, pues cualquier situación de heterogeneidad de las varianzas de los diferentes tratamientos invalida las inferencias realizadas. Pueden existir poblaciones muy homogéneas y, en el caso de que existiese una población heterogénea, sería posible no detectar diferencias entre estas poblaciones homogéneas por el efecto de la contribución a la varianza de esta población heterogénea**.**

Para corroborar o refutar las afirmaciones hechas respecto de la hipótesis de la homogeneidad de las varianzas de los grupos o tratamientos respecto de a la variable dependiente se dispone del estadístico de Levene de homogeneidad de varianzas. Este funciona como un estadístico F de la distribución “F ” de Fisher. La H_0 consiste en suponer que las varianzas de los distintos grupos son iguales. Se rechazará esta H_0 en el caso de que la significación del estadístico de Levene sea menor que 0,05. El estadístico de Levene se puede hacer realizando una ANDEVA con los errores en valor absoluto, INFOSTAT calcula este tipo de error.

Independencia de promedios y varianzas: Que un promedio mayor no tenga independencia entre medias y varianzas es un caso especial de falta de homogeneidad de varianzas. En algunos datos existe una relación definida entre las medias y sus varianzas, por ejemplo el número de hojas de plantas de tomate de un mes y de tres meses, en ambos casos no solo hay diferencias de promedios sino también de varianzas, a más edad mayor promedio y varianza. Este problema se puede manejar con un buen diseño del experimento. Sin embargo esta relación suele ser la causa más común de heterogeneidad de varianza. Una correlación positiva entre medias y varianzas es una forma de detectar el problema, ó cuando se observa un amplio rango entre las medias. El estadístico de Levene también detecta este problema.

Aditividad del modelo

Para cada diseño experimental existe un modelo matemático, denominado modelo lineal aditivo, este modelo es para el caso de un diseño completamente aleatorio es $x_{ij} = \bar{x} \pm \alpha_i \pm \varepsilon_{ij}$ que expresa que el valor de cualquier unidad experimental está compuesta por la media general, más o menos el efecto de tratamiento α_i y más o menos un termino de error característico de cada dato ε_{ij}. En este modelo los términos se suman, si esto no ocurre así, el ANDEVA nos puede llevar a conclusiones y toma de decisiones incorrectas. Este problema puede ocurrir por un mal diseño del experimento, por ejemplo si se prueban diferentes dosis de fertilizante, pero cada dosis se prueba en una especie de planta diferente, resultando una interacción entre dosis de fertilizante y especie de planta, lo que rompe el modelo aditivo.

¿Qué hacer cuando el modelo no funciona?

La violación o falta de apego a cualquiera de estas suposiciones indica que los resultados podrían no tener validez. Dependiendo del tipo de problema, puede haber solución o no al objetivo buscado en el experimento. El problema más fuerte con el que ha de luchar el experimentador es el de la falta de homogeneidad de varianzas, ya que si esto ocurre, no podemos saber si las diferencias entre los tratamientos se deben a promedios diferentes o varianzas diferentes.

La falta de normalidad no es tan importante, pues la prueba ANDEVA es robusta a este problema y, en casos extremos, se puede optar por el uso de transformaciones. En general para los casos en que los supuestos de normalidad, homogeneidad, independencia de medias-varianzas o aditividad no se cumplen, puedo usar transformaciones de datos, las más usadas son:

- Logaritmo Log (x), útil cuando los datos crecen en sentido exponencial o cuando las desviaciones estándares de las muestra sean aproximadamente proporcionales a los promedios o hay evidencia de efectos principales multiplicativos de los tratamientos en vez de aditividad.
- La transformación $\sqrt{x + 0.5}$ útil cuando los números observados son pequeños 0-10, por ejemplo son acontecimientos pocos comunes, tienen una posibilidad muy baja de ocurrir en cualquier individuo. Estos datos tienden a seguir una distribución de Poisson.
- La transformación $Arcoseno\sqrt{x/100}$ cuando los datos son expresados en por ciento o son proporciones de la muestra total. Por lo general estos datos tienen una distribución binomial y no de una distribución normal como se espera.

Como último recurso, ante datos dudosos de análisis se puede usar el uso de métodos de estadística no paramétrica. Es importante mencionar que el empleo de estadística no paramétrica o el uso de transformaciones no eliminan el problema de la falta de aleatoriedad de las unidades experimentales, errores por un mal diseño del experimento o por una mala toma de datos, es decir, la ejecución incorrecta de un experimento no tiene más remedio que repetir el experimento corrigiendo los errores por falta de diseño o mal manejo.

3. Andeva uni factorial, anova one way, experimento como diseño completamente aleatorio, DCA.

Anova one way es como se le llama en lengua inglesa al Andeva Unifactorial y como comúnmente aparece citado en la bibliografía. Este es el modelo más simple y más usado de ANDEVA, tiene un Factor, variable que genera grupos o tratamientos y una variable dependiente continua. Este es un modelo que funciona bien Equilibrado ó no Equilibrado. El modelo supone que las repeticiones de los distintos tratamientos están distribuidas al azar dentro del experimento y que no necesariamente cada grupo o tratamiento tiene igual número de repeticiones. El diseño de este modelo estadístico se llama Diseño Completamente aleatorio y generalmente funciona bien controlando el error experimental cuando no hay perturbaciones externas con algún sentido definido, como viento, tipos de suelo diferentes, variaciones térmicas, etc.

El Diseño Completamente Aleatorio, DCA, supone que las diferentes unidades experimentales del experimento se encuentran al azar dentro del área experimental y al mismo tiempo. El DCA se utiliza mucho en investigaciones sociales, cuando se posee información de variables dependientes continuas como “peso”, “altura”, “edad” o “ingresos” y variables nominales que hacen grupos como “nivel social” “procedencia” “sexo” etc. También se usa mucho en experimentación en laboratorios, donde se tiene un buen control de aquellos factores que puedan perturbar la investigación. El modelo supone que se debe disponer de los resultados de k muestras aleatorias independientes, cada una de tamaño n_k, de k diferentes poblaciones; y lo que interesa probar es la hipótesis que las medias de esas k poblaciones son todas iguales

ANOVA ONE WAY : Modelo Estadístico supuesto, es Lineal:

$$x_{ij} = \bar{x} \pm \alpha_i \pm \varepsilon_{ij}$$

x_{ij}= Valor de la n-esima observación ubicada en el tratamiento “i”.

$\bar{x}$ = Promedio General

α_i= Efecto del tratamiento "i" que es igual a $\bar{x}_{Ti} - \bar{x}$, la media del tratamiento "i" menos la media general. Estos efectos puede tener valor positivo o negativo y el modelo supone que hay variación entre los tratamientos, por los tanto se puede calcular su variancia, $S^2_{\alpha\ tratamientos}$

ε_{ij} = Error o Variación de las observaciones ubicada en la repetición "j" y tratamiento "i". El valor del error puede ser negativo o positivo. Se cumple que la suma y promedios de los errores son iguales a 0. Sin embargo es posible calcular la variancia, S^2_ε

Tipo de Hipótesis en un ANOVA ONE WAY

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_k$, se supone que la variancia de los tratamientos es semejante a la variancia del error, por lo tanto la relación $S^2_\alpha / S^2_\varepsilon$ debe ser un valor pequeño, cercano a uno.

H_A: no todos los μ son iguales, al menos el menor y mayor promedios son diferentes. Esto supone que la relación $S^2_\alpha / S^2_\varepsilon$ es un valor relativamente grande, ya que la variancia de los tratamientos es varias veces mayor a la variancia del error.

Nivel de significación:

0.05 ó 0.01

Estadístico de Prueba:

$$F_{calculado} = S^2_\alpha / S^2_\varepsilon$$

Regla de Decisión:

Si valor $F_{calculado}$ es mayor que el valor frontera tomado de una tabla de distribución F_{tabla} se rechaza H_o, ya que el $F_{calculado}$ está en zona de rechazo de la hipótesis nula, H_o de la distribución "F". El valor de "F" de frontera se busca en una tabla de valores "F", donde el valor de las columnas son los grados de libertad de los tratamientos y los de las filas son los grados de libertad del error.

Si se usa un programa estadístico el análisis de hipótesis se hace con el "P" valor.

- Si "P"≥ 0.05 se está en H_0.
- Si "P"< 0.05 se está en H_A.

Modelo de ANDEVA

Causa de Variación	**Grados de Libertad**	**Suma de Cuadrados**	**Cuadrado Medio, CM "S^2"**	**"$F_{Calculado}$"**
Tratamientos	"t – 1"	$\frac{\sum_1^t \left(\sum_1^r (x_j) \right)^2}{r} - \frac{\left(\sum_1^n x_{ij} \right)^2}{n}$	$\frac{S.C._{Tratamientos}}{G.L._{Tratamientos}}$	$\frac{S^2_{Tratamientos}}{S^2_{Error}}$
Error	"(n -1) – (t –1)	SC $_{total}$ - SC $_{tratam}$	$\frac{S.C._{Error}}{G.L._{Error}}$	
Total	"n – 1 "	$\sum_1^n (x_{ij})^2 - \frac{\left(\sum_1^n x_{ij} \right)^2}{n}$		

Estadísticos que verifican calidad de los datos, R^2 y CV.

Al interpretar un ANDEVA es importante medir que tan bueno fue el modelo estadístico aplicado y si el error experimental fue controlados por el diseño experimental. Para este tipo de análisis disponemos de dos coeficientes fáciles de calcular el "coeficiente de determinación", R^2, y "el coeficiente de variación aplicado al error" CV .

El coeficiente de Determinación, R^2:

Este coeficiente muestra que proporción de la variación total de los datos está siendo explicada por el modelo adoptado, R^2 es un valor entre 0 y 1; a más cerca de 1 mejor funciona el modelo. El R^2 se construye con la suma de cuadrados de la tabla ANDEVA de la siguiente manera: $R^2 = {SC_{Modelo}}/{SC_{Total}}$. En el caso de un DCA la suma de cuadrados del modelo, SC_{Modelo}, es la suma de cuadrados de los tratamientos. En el caso de un BCA (bloques completos al azar), la SC_{Modelo} es igual a la $SC_{Tratamientos}$ + $SC_{Bloques}$. En una caso de un cuadro latino, CL, la SC_{Modelo} es igual a la $SC_{Tratamientos}$ + SC_{Filas} + $SC_{columnas}$.

El Coeficiente de Variación, CV, aplicado a un experimento.

El Coeficiente de Variación, CV, se puede aplicar para medir la variación interna de los tratamientos, variación que se refleja en la variancia del error o cuadrado medio del error. Un experimento mal manejado puede presentar mucha variación entre las repeticiones de un mismo tratamiento, esto es error experimental. El CV también está en dependencia de la variable que se mide o pesa. Si la variable está bien controlada el CV deberá ser menor a 20 %, incluso en laboratorio se pueden exigir CV menores al 10 %. Sin embargo en investigación social descriptiva o en variables biológicas no controladas como es una plaga, es común que los CV sean grandes. El investigador debe explicar la causa de esta variación. La forma de cálculo es: $CV = {\sqrt{CM_{Error}}}/{\bar{X}}\ (100)$

Un Ejemplo de ANDEVA uni factorial

Una tesis de estudiantes evaluó 4 tipos de abono, uno con base de pulpa de café, otro con base de lombrihumus, abono de lombriz y se utilizaron 2 testigos, uno con la dosis de fertilización química tradicional, testigo relativo y otra con tierra sin abono extra, testigo absoluto. La variable de producción fue grs. promedio del peso seco de las plántulas de café a los 6 meses de siembra por unidad experimental, el ensayo tuvo cuatro repeticiones. A continuación se muestran los datos obtenidos.

Tabla de Datos. Peso en onzas. Parte aérea plántula de café.

Tratamiento/ Bloques	**I**	**II**	**III**	**IV**	$\sum tratam$	$\overline{X}$
Pulpa café	1.00	0.90	1.16	0.98	4.04	1.01
Lombrihumus	1.65	1.59	2.00	1.65	6.89	1.72
Químico	1.69	1.52	1.40	1.46	6.07	1.52
Tierra	0.58	0.60	0.60	0.46	2.24	0.56
$\Sigma repeticiones$	4.92	4.61	5.16	4.55	19.24	

Tabla de ANDEVA

Causa de Variación	**Grados de Libertad**	**Suma de Cuadrados**	**Cuadrado Medio, CM "S^2"**	**"$F_{Calculada}$"**
Tratamientos	4 −1 = 3	3.28	3.28/ 3 =1.09	1.09/0.02=65.18
Error	15- 3 = 12	0.20	0.2/12 =0.017	P valor 0.00
Total	16 – 1 = 15	3.48		

Suma de Cuadrados Total $= \sum_{1}^{n}\left(x_{ij}\right)^2 - \dfrac{\left(\sum_{1}^{n} x_{ij}\right)^2}{n}$

= (1.00^2 + 0.90^2 + 1.16^2 +0.98^2...+ 0.46^2) – ((1.00 + 0.90 + 1.16 +0.98...+ 0.46)^2 / 16) = 26.61 – 19.24^2 / 16 = 26.61 – 23.13 = **3.48**

Suma de cuadrados de los Tratamientos **=** $\dfrac{\sum_{1}^{t}\left(\sum_{1}^{b}(x_i)\right)^2}{b} - \dfrac{\left(\sum_{1}^{n} x_{ij}\right)^2}{n}$

$= ((4.04)^2 + (6.89)^2 + (6.07)^2 + (2.34)^2)/ 4 – (19.24^2 / 16) = (106.11 / 4) – 23.13=$ **3.28**

Interpretación

La prueba resulta en H_A: no todos los μ son iguales

Ya que la "F" $_{calculada}$ 65.18 **>** "F" $_{Tabla}$ 3.49 (con 3 y 12 grados de libertad)

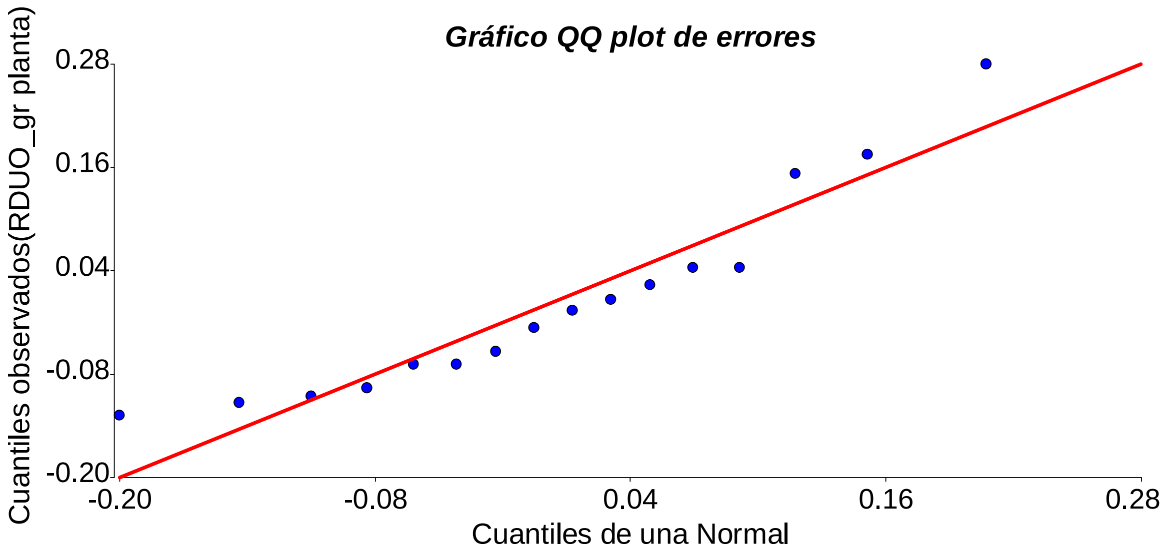
El Diseño Completamente Al azar, DCA se resuelve estadísticamente con un ANDEVA unifactorial, ANOVA ONE WAY

Verificación del modelo.

Para realizar un estudio de normalidad y homogeneidad de las variancias es necesario calcular los errores y hacer pruebas de normalidad y homocedasticidad. Con los programas Excel o INFOSTAT se pueden calcular los errores de cada valor observado de la manera: $\varepsilon_{ij} = x_{ij} - \bar{x} - (\bar{x}_{ti} - \bar{x})$

Tratamiento	Peso	Media Total	Media Tratamiento	Efecto Tratamiento	Error	Error Absoluto
Pulpa café	1.00	1.2	1.01	-0.19	-0.01	0.01
Pulpa café	0.90	1.2	1.01	-0.19	-0.11	0.11
Pulpa café	1.16	1.2	1.01	-0.19	0.15	0.15
Pulpa café	0.98	1.2	1.01	-0.19	-0.03	0.03
Lombrihumus	1.65	1.2	1.72	0.52	-0.07	0.07
Lombrihumus	1.59	1.2	1.72	0.52	-0.13	0.13
Lombrihumus	2.00	1.2	1.72	0.52	0.28	0.28
Lombrihumus	1.65	1.2	1.72	0.52	-0.07	0.07
Químico	1.69	1.2	1.52	0.32	0.17	0.17
Químico	1.52	1.2	1.52	0.32	0.00	0.00
Químico	1.40	1.2	1.52	0.32	-0.12	0.12
Químico	1.46	1.2	1.52	0.32	-0.06	0.06
Tierra	0.58	1.2	0.56	-0.64	0.02	0.02
Tierra	0.6	1.2	0.56	-0.64	0.04	0.04
Tierra	0.6	1.2	0.56	-0.64	0.04	0.04

Tratamiento	Peso	Media Total	Media Tratamiento	Efecto Tratamiento	Error	Error Absoluto
Tierra	0.46	1.2	0.56	-0.64	-0.1	0.1



En el Gráfico QQ plot de los residuos se observa que éstos se distribuyen cercanos a la recta de regresión de la normal, lo que hace suponer que los residuos se distribuyen de manera normal. También el programa hace regresión de los residuos y la recta normal y esta fue d: r =0.95, valor suficiente para aceptar la normalidad.

Valores de la prueba Shapiro-Wilks para verificar normalidad por prueba de hipótesis.

Variable	n	Media	D.E.	W*	p (una cola)
Rduo gr planta	16	0.00	0.12	0.89	0.10

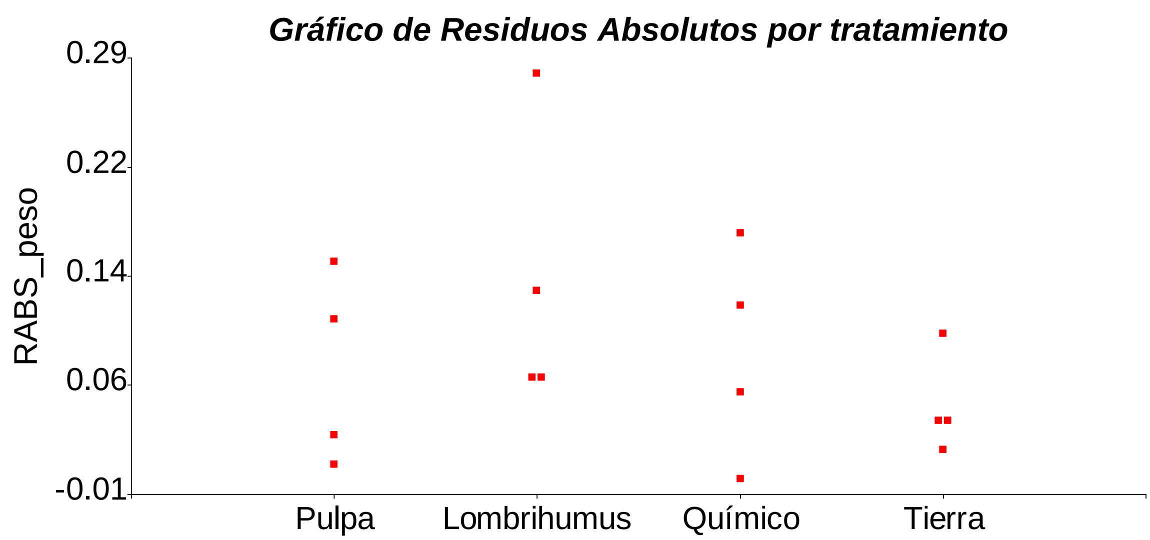
La prueba de normalidad de Shapiro Wilks para los errores del modelo, realizado con el programa INFOSTAT, confirma que éstos se distribuyen de manera normal. Se acepta la H_0 de normalidad de los errores ya que el valor calculado "p" de 0.10 es mayor al valor de 0.05.

Para verificar la homogeneidad de las variancias, se hizo la prueba de Levene, que consiste en hacer un ANDEVA de los valores promedios de los errores de los tratamientos en valor absoluto.

Cuadro de Análisis de la Varianza de los errores en valor absoluto

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Abono	0.02	3	0.01	1.10	0.39
Error	0.06	12	0.01		
Total	0.08	15			

Como el “p” valor de 0.39 es mayor al valor de 0.05 concluyo que se ocurre H_0, las variancias de los errores absolutos de los diferentes tratamientos son iguales, por lo tanto en este experimento se cumple la homogeneidad de variancias.



Calidad de los datos

El coeficiente de determinación fue bastante alto, lo que explica que el modelo funcionó bastante bien explicar la variación total de los datos, el $R^2 = {3.28}/{3.48} = 0.94$ es un valor muy alto.

El coeficiente de variación tuvo un valor bastante aceptable para un experimento de fertilización a campo, este fue: $CV = {\sqrt{0.017}}/{1.2}\ (100) = 11\ \%$

Ejercicios a Resolver

Problema: En un estudio socioeconómico se tuvo 75 datos, correspondientes a muestras de diferentes ciudades de cada país. Donde la variable dependiente estudiada fue "calorías ingeridas por día" y la variable dependiente es "País", en total 8 países. En este caso la Hipótesis nula a responder es: ¿La cantidad promedio de calorías diarias ingeridas por persona es igual en todas las regiones económicas del mundo? A continuación se muestra la tabla incompleta de **ANDEVA.**

Tabla de Análisis de Variancia, ANDEVA.

Causa De variación	**Suma de Cuadrados**	**Grados de Libertad**	**Cuadrado Medio**	**"F"**
Entre Grupos	1,445	7		
Error, dentro del grupo	5,382	67		
Total		74		

¿Completar la tabla de ANDEVA?

¿Construya las 2 hipótesis correspondientes?

¿Interprete y comente los resultados?

Problema. Se quería saber si los estudiantes utilizan la teoría explicada en el aula al resolver problemas prácticos. Se hizo un experimento con 12 estudiantes, se formaron 3 grupos, A-B-C, de cuatro estudiantes cada uno. A cada grupo se les dio un problema matemático semejante para resolver de manera individual. A los cinco minutos al grupo B se le dio un papel con una información teórica adicional y al grupo C se les dio un papel con dos informaciones. Cada estudiante resolvía el problema de manera individual. La variable dependiente fue el tiempo medido en segundos.

Los datos obtenidos fueron los siguientes:

Grupo/ Segundos para resolver	**E.1**	**E.2**	**E.3**	**E.4**
A. Testigo	242	206	300	282
B. Un información adicional	176	129	128	190
C. Dos informaciones adicionales	155	106	122	115

¿Construya las 2 hipótesis correspondientes?

¿Resolver la tabla de ANDEVA?

¿Interprete y comente los resultados?

Verifique el modelo. ¿Son los errores normales, y las variancias de los grupos homogéneas?

4 ANDEVA para un Diseño BCA

El diseño de bloques completamente al azar, BCA, es un diseño ampliamente utilizado a campo en centros experimentales agronómicos. Es ideal para evaluar variedades, distancias de siembra, control de plagas, etc. Este diseño permite controlar al menos el principal gradiente de error que posee el área experimental.

El Diseño

Un bloque es (en Estadística) un grupo de observaciones que tienen condición de unicidad estadística, esto es, que pueden y deben ser analizadas e interpretadas sólo de modo conjunto. Se dice que un bloque es un bloque completo cuando todos sus elementos componentes tienen valores válidos y están representados todos los tratamientos.

Un bloque puede estar fijado o establecido por el investigador de modo arbitrario. En este caso, se dice que ese bloque es un bloque no aleatorio. Pero puede que este bloque esté fijado, configurado o seleccionado según la ley estadística del azar, en cuyo caso se dice que el bloque es un bloque aleatorio.

El BCA exige que en cada bloque se encuentren todos los tratamientos, de ahí el nombre de "bloques completos" y que los bloques se ubiquen de manera transversal al gradiente que perturba de mayor grado el área experimental, por ejemplo: pendiente de suelos, vientos, riego, luz, etc. De esta manera se trata de reducir la suma de cuadrados del error, es decir reducir la varianza del error y así poder explicar con el modelo la variación ocurrida en el área experimental. El punto débil del modelo es que se pierden grados de libertad del error por lo tanto sino se reduce la suma de cuadrados del error el BCA pierde precisión frente a un DCA.

En nuestras condiciones se recomienda usar cuando hay menos de 15 tratamientos, ya que con un número mayor de tratamientos es muy difícil de manejar a campo, aún experimentos de 10 tratamientos son difíciles de implementar sin aumentar el error experimental a niveles que hacen dudar de los resultados.

El BCA es el diseño más utilizado en la experimentación agrícola

El Modelo Estadístico, lineal.

$$x_{ij} = \bar{x} \pm \alpha_i \pm \beta_j \pm \varepsilon_{ij}$$

x_{ij}= Valor de la "j" observación ubicada en el "i" tratamiento.

$\bar{x}$= Promedio General

α_i = Efecto del tratamiento "i"

β_j = Efecto del Bloque "j"

ε_{ij}= Variación o error de las observaciones ubicada en el bloque "j", utilizando el tratamiento "i".

Desde el punto estadístico el modelo es semejante al utilizado para resolver un diseño completamente aleatorio, DCA, solo que se le agrega una nueva causa de variación, que en este caso son los bloques. El modelo supone que no existe interacción entre los bloques y que los efectos son fijos sin importar los tratamientos, esto quiere decir que un tratamiento dado no puede ser de los mejores promedio en un bloque y ser de los peores en otro.

Al realizar el experimento lo que se espera es que haya diferencias significativas entre los bloques, que estos absorban error experimental. Sin embargo esta prueba solo es referencial ya que desde un punto de vista estricto de diseño, los bloques no tienen repeticiones.

ANDEVA bifactorial sin interacción es el modelo estadístico para análisis de un diseño B.C.A

Análisis de Varianza

Hipótesis:

Sobre los tratamientos

Ho: $\mu 1 = \mu 2 = ... = \mu_{k,}$ **H_A**: no todas los μ_k son iguales

Sobre los bloques

Ho: $\mu 1 = \mu 2 = ... = \mu_{j,}$ **H_A**: no todas μ_j son iguales

Nivel de significación:

0.05 ó 0.01

Estadístico de Prueba:

$\mathbf{F}_{\mathbf{tratamientos}} = S^2_{tratam}{}^2/S^2_{error}$; $\mathbf{F}_{\mathbf{bloques}} = S^2_{bloque}/S^2_{error}$

<u>Regla de Decisión</u>:

Si $F_{calculado}$ es mayor que la F_{tabla} se rechaza Ho

Tabla de ANDEVA de un BCA

Causa de Variación	**Grados de Libertad**	**Suma de Cuadrados**	**Cuadrado Medio, CM "S^2"**	**"$F_{Calculado}$"**
Tratamientos	"t – 1"	$\frac{\sum_1^t \left(\sum_1^r (x_j)\right)^2}{r} - \frac{\left(\sum_1^n x_{ij}\right)^2}{n}$	$\frac{S.C._{Tratamientos}}{G.L._{Tratamientos}}$	$\frac{S^2_{Tratamientos}}{S^2_{Error}}$
Bloques	"b – 1"	$\frac{\sum_1^b \left(\sum_1^t (x_i)\right)^2}{t} - \frac{\left(\sum_1^n x_{ij}\right)^2}{n}$	$\frac{S.C._{bloques}}{G.L_{bloques}}$	$\frac{S^2_{bloques}}{S^2_{Error}}$
Error	"(n -1) – (t –1) – (b -1)"	SC $_{total}$ - SC $_{tratam}$ - SC $_{bloq}$	$\frac{S.C._{Error}}{G.L._{Error}}$	
Total	"n – 1 "	$\sum_1^n (x_{ij})^2 - \frac{\left(\sum_1^n x_{ij}\right)^2}{n}$		

Donde:

"i" es cualquier tratamiento

"j" es cualquier bloque

"t" es el número de tratamientos

"b" es el número de bloques

"n" es el número de unidades experimentales, es igual a "b * t".

Un Ejemplo

Para comparar diseños se analiza el mismo ejemplo anterior pero considerando que las repeticiones tuvieron un diseño de bloques

Tabla de ANDEVA

<table>
<tr><th>Causa de Variación</th><th>Grados de Libertad</th><th>Suma de Cuadrados</th><th>Cuadrado Medio, CM “S²”</th><th>“F_{Calculada}”</th></tr>
<tr><td>Tratamientos</td><td>4 –1 = 3</td><td>3.28</td><td>1.09</td><td rowspan="2">Tratamiento 70.07</td></tr>
<tr><td>Bloques</td><td>4 –1 = 3</td><td>0.06</td><td>0.02</td></tr>
<tr><td>Error</td><td>15- 3 - 3= 9</td><td>0.14</td><td>0.16</td><td rowspan="2">Bloques 1.29</td></tr>
<tr><td>Total</td><td>16 – 1 = 15</td><td>3.48</td><td></td></tr>
</table>

Suma de cuadrado Total = $\sum_{1}^{n}\left(x_{ij}\right)^{2} - \frac{\left(\sum_{1}^{n} x_{ij}\right)^{2}}{n}$

= $(1.00^2 + 0.90^2 + 1.16^2 + 0.98^2 ... + 0.46^2) - ((1.00 + 0.90 + 1.16 + 0.98 ... + 0.46)^2 / 16)$

= $26.61 - 19.24^2 / 16 = 26.61 - 23.13 =$ **3.48**

Suma de cuadrados de los Tratamientos = $\frac{\sum_{1}^{t}\left(\sum_{1}^{b}\left(x_{i}\right)\right)^{2}}{b} - \frac{\left(\sum_{1}^{n} x_{ij}\right)^{2}}{n}$

= $((4.04)^2 + (6.89)^2 + (6.07)^2 + (2.34)^2)/ 4 - (19.24^2 / 16)$

= $(106.11 / 4) - 23.13 =$ **3.28**

Suma de cuadrados de Bloques = $\dfrac{\sum_{1}^{b}\left(\sum_{1}^{t}\left(x_j\right)\right)^2}{t} - \dfrac{\left(\sum_{1}^{n} x_{ij}\right)^2}{n}$

= $(4.92^2 + 4.61^2 + 5.16^2 + 4.55^2 / 4) - (19.24^2 / 16)$

= (96.12 / 4) – 23.13 = **0.06**

Suma de cuadrados del Error = $S.C_{total} - S.C_{tratamientos} - S.C_{bloques}$

3.48 -3.28- 0.06= **0.14**

Cuadrado Medio de los tratamientos = $S.C_{tratamientos}$ / $G.L_{tratamientos}$

3.28 / 3 = **1.09**

Cuadrado Medio de los bloques= $S.C_{bloques}$ / $G.L_{bloques}$

0.06 / 3 = **0.02**

Cuadrado Medio del error = $S.C_{error}$ / $G.L_{error}$

0.14 / 9 = **0.016**

"$F_{tratamientos}$" = $C.M_{tratamientos}$ / $C.M_{error}$

1.09 / 0.016 = **68.12** (la variancia de los tratamientos es 68.12 veces mayor que la variancia del error)

"$F_{bloques}$" = $C.M_{bloques}$ / $C.M_{error}$

0.02/ 0.016 = **1.25**

Interpretación de la prueba de hipótesis.

Siendo "F"$_{calculada}$ = **68.12 >** "F"$_{tabla,\ 3\text{-}9\ GL}$ = $\alpha_{0.5}$ **3.86** y $\alpha_{0.01}$ **6.99**

El resultado se encuentra en Hipótesis alternativa, es decir “al menos uno de los tratamientos es diferente al resto”, ahora se debe hacer una prueba de separación de promedios para conocer el detalle de las diferencias entre los tratamientos. Sin embargo los bloques no son significativos, lo que significa que estos no disminuyeron el error.

Separación de Promedios

Estas pruebas se realizan solamente cuando el resultado del ANDEVA refleja que estamos en H_A, es decir al menos los promedios extremos son diferentes. Las pruebas que veremos son: Diferencias significativas mínimas, Prueba de rangos múltiples de Duncan y la Prueba de rangos múltiples de Tukey.

Diferencia Significativa Mínima

Solo se debe usar para comparar promedios adyacentes, o contra un testigo estándar, donde no se involucren en la comparación más de 2 promedios. Esta prueba suele ser poco usada, pero sirve como insumo para realizar la prueba de Duncan que es más popular.

$$\boxed{\mathbf{DSM_{0.05} = \text{“}t_{0.05}\text{”}} \sqrt{\frac{2 * CM_{error}}{r}}}$$

$$\boxed{\mathbf{DSM_{0.05}} = 2.262 \sqrt{\frac{2 * 0.016}{4}} = 0.20 \text{ gr}}$$

El valor “t” de tabla se busca con los grados de libertad del error, en este caso es de 9 y para un alfa del 5 %. El valor DSM de 0.63 g se contrasta con las diferentes diferencias de promedios respecto al testigo. Si la diferencia de promedios es mayor que el valor DSM, se concluye que estos promedios son diferentes.

Tratamientos	**X en gr**	**Diferencia con el testigo Tierra de 0.56**	**Diferencias mayores de 0.20 g**
Lombrihumus	1.72	1.16	Si
Químico	1.52	0.96	Si
Pulpa café	1.01	0.45	Si

Conclusiones: el lombrihumis, el fertilizante químico y el lombrihumus son mejores estadísticamente que el testigo tierra sin fertilizante.

Prueba de Rangos múltiples de Duncan.

Es una prueba muy usada cuando tienen 6 o menos tratamientos, con un número mayor generan muchos subgrupos de comparación lo que hace difícil la interpretación de resultados

$$\mathbf{DSM_{0.05\ Duncan} = DSM_{0.05} * R}$$

Donde R es un valor extraído de de una tabla de factores studentizados significativos que se elije de acuerdo con el nivel de significación deseado, con los grados de libertada para el error y con la disposición relativa de las medias en el arreglo, ver Little, T y Hills F. 1989.

Prueba de Rangos múltiples de Tukey

Es una prueba muy estricta, robusta, se sugiere usar cuando hay mas de 6 tratamientos o se quieren resultados de separaciones muy confiables.

$$\textbf{DSM}_{\textbf{Tukey}} = \textbf{q}_{\alpha,\text{ gl error, “t”}} * \sqrt{\frac{CM_{error}}{r}}$$

Donde “q” es un valor tabulado, donde se considera: el valor alfa de 0.05, los grados de libertad del error, 9, y el número de tratamientos,4. En este ejemplo el valor “q” es 4.415

$$\textbf{DSM}_{\textbf{Tukey}} = 4.415 * \sqrt{\frac{0.016}{4}} = 0.28 \text{ gr}$$

Tabla de Diferencias

Tratamientos	Lombri humus	Químico	Pulpa café	Tierra
Lombrihumus	-	0.20 NS	0.71**	1.16**
Químico		-	0.52**	0.96**
Pulpa café			-	0.45**
Tierra				-

Según este cuadro, los fetilizantes “Lombrihumus y “químico” son iguales y diferentes y mejores a los otros dos tratamientos, pero “pulpa de café” es mejor que “tierra”. En este ejemplo, coinciden en resultados la prueba de Tukey y la prueba DSM, debemos considerar que no siempre sucede así.

5. Diseño de Cuadro Latino

El diseño de cuadro latino, CL, es un diseño trifactorial sin interacciones, que es adecuado implementar cuando se pueden encontrar fuentes extrañas de perturbación al experimento en dos sentidos con relativamente pocas repeticiones, lo que significa un menor gasto al momento de hacer experimentos. Un ejemplo de CL en un experimento de agronomía se pueden considerar como factores de perturbación el "viento" de norte a sur y un gradiente de fertilidad de este a oeste. Este modelo es igual considerar la existencia de bloques dobles, bloques por filas y bloques por columnas. Una Característica importante de este tipo de diseño es su balance, que se logra asignando el mismo número de observaciones a cada tratamiento de cada bloque, por esto son diseños en cuadro.

El cuadro latino, es un diseño trifactorial sin interacciones que resuelve preguntas de tres factores con pocas repeticiones

Un ejemplo de cuadro latino, en nutrición animal, es comparar tres diferentes alimentos A-B-C, donde un bloque son diferentes grupos de animales que comen los alimentos y el otro bloque es el tiempo en que a cada grupo de animales se le aplica los diferentes alimentos. En resumen hay: tres tipos de alimentos y tres tiempos de alimentación para tres grupos de animales, el experimento podría disponerse según el patrón siguiente:

Grupo Animales /Tiempo	**T1**	**T2**	**T3**
Grupo 1	A	B	C
Grupo 2	C	A	B
Grupo 3	B	C	A

Donde A-B-C son los diferentes tipos de alimentos.

En este caso, cada alimento se aplica una sola vez por cada grupo de animales junto con cada tiempo, y si existiesen efectos sistemáticos debido a diferencias entre los animales o entre los tiempos, dichos efectos estarían presentes de igual manera en cada tratamiento, esto es, en cada tipo de alimento.

En este modelo se pueden observar que las diagonales repiten el mismo grupo, ver el caso de la diagonal A-A-A, B-B y C-C. Estas diagonales no son problema en esta caso ya que las columnas son el Factor "tiempo", y el tiempo no se perturba diagonalmente, sin embargo si el diseño fuera con filas y columnas en el espacio, por ejemplo filas E-O y columnas N—S, las diagonales no son deseables ya que pueden ser una fuente de error. En este caso se recomienda sortear filas y columnas de forma independiente.

Un arreglo experimental como el que se describió se denomina *cuadrado latino* 3X3. Un cuadrado latino n x n es un arreglo cuadrado, los tratamientos aparecen solo una vez en cada fila y en cada columna.

Ej de Modelo 4x4, es el más usado

A	B	C	D
B	C	D	E
C	D	A	B
D	A	B	C

Filas

Columnas

Ej Modelo 5x5

A	B	C	D	E
B	A	E	C	D
C	D	A	E	B
D	E	B	A	C
E	C	D	B	A

<u>Modelo Estadístico Lineal</u>

$$x_{ij} = \bar{x} \pm \alpha_i \pm c_j \pm f_k \pm \varepsilon_{ij}$$

x_{ij} = valor de la observación “i” ubicada en la columna “k” con la fila “j” usando el tratamiento “i”.

$\bar{x}$ = Promedio General

α_i= Efecto del tratamiento “i”

c_j = Efecto de la columna “j”

f_j = efecto de la fila “k”

ε_{ij} = Variación de las observaciones ubicada en la columna “K”, con la fila “j”, usando el tratamiento “i”.

Análisis de Varianza

Hipótesis:

Sobre los tratamientos

Ho: μ1= μ2=..... = μ_i **H_A**: no todas las μ_i , tratamientos, son iguales

Sobre el Factor en columna

Ho: μ1= μ2=..... = μ_j **H_A**: no todas las μ_j , columnas, son iguales

Sobre el Factor en Fila

Ho: μ1= μ2=..... = μ_k , filas, son iguales. **H_A**: no todas las μ_k son iguales

Nivel de significación:

0.05 ó 0.01

Estadístico de Prueba:

F1= S_t^2/S^2_{error}; **F2**= S_f^2/S^2_{error}; **F3**= S_c^2/S^2_{error}

Regla de Decisión:

Si $F_{calculado}$ es mayor que la F_{tabla} se rechaza Ho

Tabla de ANDEVA de un Cuadro Latino

Causa de Variación	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrado Medio, CM "S^2"	"$F_{Calculado}$"
Tratamiento	SC_T	t-1	S^2_t	S_t^2/S_{error}^2
Filas	SC_F	c-1	S^2_f	S_f^2/S^2_{error}
Columnas	SC_C	f-1	S^2_c	S_c^2/S^2_{error}
Error	$SC_{Tot} – (SC_T+SC_F+SC_C)$	Difer.	S^2_{error}	
Total	SC_{Tot}	n-1		

Las sumas de cuadrados de las filas, columnas y tratamientos se resuelven con procedimientos similares, como si fueran tres anova one way.

El ejemplo: Se quiere estudiar el rendimiento académicos de alumnos de la misma carrera Ingeniería en Sistemas en 4 grupos: A, B, C, D, en cuatro asignaturas: Estadística, Base de Datos, Economía y Física. Para neutralizar el efecto en cadena que una asignatura tiene sobre la otra, el estudio se hace en cuatro momentos, respetando el hecho que en un mismo momento se evalúen las cuatro asignaturas. En este modelo pueden considerarse los Momentos como columnas y las asignaturas como filas.

Datos

Asignatura	Grupo	Momento	Nota	Asignatura	Grupo	Momento	Nota
Economía	C	1	82	Estadística	A	1	75
Economía	D	2	81	Estadística	B	2	70
Economía	A	3	83	Estadística	C	3	73
Economía	B	4	77	Estadística	D	4	67
Física	D	1	70	B de D	B	1	78
Física	A	2	65	B de D	C	2	76
Física	B	3	67	B de D	D	3	78
Física	C	4	61	B de D	A	4	71

Suma de Cuadrados

$$SC_{total} = 82^2 + 81^2 + \cdots + 71^2 - {1174^2}/{16} = 623.75$$

$$SC_{Asignaturas} = \frac{323^2 + 285^2 + 263^2 + 303^2}{4} - {1174^2}/{16} = 490.75$$

$$SC_{Grupo} = \frac{294^2 + 292^2 + 292^2 + 296^2}{4} - {1174^2}/{16} = 2.75$$

$$SC_{Momento} = \frac{305^2 + 292^2 + 301^2 + 276^2}{4} - {1174^2}/{16} = 124.25$$

$$SC_{Error} = SC_{Total} - SC_{Asignaturas} - SC_{Grupo} - SC_{Momento} = 6.00$$

El análisis de de variancia realizado con INFOSTAT como un ANDEVA trifactorial sin interacciones dio los siguientes “p” valores

Cuadro de Análisis de la Varianza de un Cuadro Latino

C.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Asignatura	490.75	3	163.58	163.58	<0.0001
Grupo	2.75	3	0.92	0.92	0.4872
Momento	124.25	3	41.42	41.42	0.0002
Error	6.00	6	1.00		
Total	623.75	15			

Se concluye que hay diferencias significativas para las diferentes asignaturas y diferentes momentos de aplicación de exámenes ya que el “p” valor de 0.0001 y 0.0002 son menores al valor “α” de 0.05. Sin embargo los cuatros Grupos de alumnos tienen un comportamiento semejante.

Ejercicios a Resolver

Problema: En una tesis **s**e evaluó 3 niveles de inclusión (10 %, 20 % y 30 %) de un nuevo alimento para rumiantes desarrollado a base de pulpa de café. El testigo fue 0 % de inclusión. La variable medida fue “consumo de materia seca, CMS” en un periodo determinado. Cómo no se tenían suficientes ovejas para realizar el experimento, se usaron 4 animales en un diseño de cuadro latino en el tiempo, cada una de estos pasó por los cuatro tratamientos de alimentación.

- Realizar el ANDEVA como BCA y como Cuadro Latino e Interpretar ambas pruebas de hipótesis. Comentar la diferencias
- Realizar prueba de separación de medias por Tukey, DUNCAN y DSM e interpretar. Observar diferencias.
- Hacer estudios de residuos con pruebas de normalidad por qq plot
- Hacer estudio de igualdad de varianzas con los residuos absolutos, prueba de Levene.
- Hacer gráficos de barras
- Concluir los resultados de manera narrativa

Datos

Tratamiento	Ovejas	Tiempo	CMS
0	A	1	424.6
10	B	1	427.2
20	C	1	567
30	D	1	774.7
0	B	2	523.3
10	A	2	519.43
20	D	2	444.27
30	C	2	772.56
0	D	3	559
10	C	3	699.1
20	B	3	702.61
30	A	3	734.6

0	C	4	586.2
10	D	4	432
20	A	4	656.78
30	B	4	574

Usando el programa estadísticos INFOSTAT se debe realizar:

- El ANDEVA como Cuadro Latino e Interpretar las pruebas de hipótesis.
- Pruebas de separación de medias por Tukey, DUNCAN y DSM e interpretar. Observar diferencias.
- Estudios de residuos con pruebas de normalidad por qq plot
- Estudio de igualdad de varianzas con los residuos absolutos, prueba de Levene.
- Gráficos de barras con intervalos de confianza.
- Concluir los resultados de manera narrativa

6. Diseño en Cuadro Greco Latino

El diseño en cuadros Greco Latino, en una extensión del diseño de cuadro latino. Al modelo de tres factores del cuadro latino, tratamiento, filas y columnas, se agrega un nuevo factor que se simboliza con letras griegas. Además de tener control del error por filas y columnas, tenemos un nuevo factor que son las letras griegas. Este tercer permite controlar la heterogeneidad que no pueden neutralizar las diagonales del cuadro latino. Este diseño es poco usado y se justifica cuando el área experimental o los elementos de perturbación son extremadamente heterogéneos.

Ejemplo de un diseño Greco Latino con letras latinas diferenciando los factores columnas y filas y letras griegas como tercer factor que neutraliza las diagonales.

Aα	Bβ	Cχ	Dδ
Bχ	Cδ	Dα	Eδ
Cδ	Dα	Aβ	Bχ
Dβ	Aχ	Bδ	Cα

7. Análisis de la varianza de dos factores con interacción

El diseño bifactorial, es un diseño del tipo factorial, pero con dos factores o temas de estudio, Factor 1 y Factor 2, los cuales pueden tener interacción entre ellos. Este modelo supone tres pruebas de hipótesis una para el Factor 1, otra para el Factor 2 y la tercera para la interacción F1xF2, en esta prueba la hipótesis nula es la falta de interacción. La interacción responde a la pregunta de si el Factor 1 tiene diferentes comportamientos ante los diferentes valores del Factor 2, por ejemplo ante una prueba de evaluación de variedades de un cultivo en diferentes ambientes, la interacción sería que la mejor variedad en un ambiente de alta fertilidad, ya no se comporta como la mejor variedad al cambiar a un ambiente de baja fertilidad.

El ANDEVA permite estudiar simultáneamente los efectos de dos fuentes de variación. En un ANDEVA de dos factores se clasifica a los tratamientos o grupos de acuerdo a dos factores para estudiar simultáneamente sus efectos. Este modelo difiere del BCA, en que interesa la interacción de los dos factores.

El Modelo Estadístico, lineal.

$x_{ij} = \bar{x} \pm \alpha_i \pm \beta_j \pm \alpha\,\beta_{ij} \pm \varepsilon_{ij}$

x_{ij} = Valor del “j” Factor B ubicada en el “i” Factor A.

$\bar{x}$ = Promedio General

α_i= Efecto del Factor A “i”

β_j = Efecto del Factor B “j”

$\alpha\,\beta_{ij}$= Efecto de la interacción del Factor A por el Factor B

ε_{ij} = Variación de las observaciones ubicada en el Facto B “j” y el Factor A “i”.

Análisis de Varianza

Hipótesis de los Factores A y B:

H_o: $\mu_{1A}= \mu_{2A}=..... = \mu_{iA}$; **H_A**: no todas los μ_{iA} son iguales para el Factor A

H_o: $\mu_{1B}= \mu_{2B}=..... = \mu_{jB}$; **H_A**: no todas μ_{jB} son iguales para el Factor B

Hipótesis de Interacción

H_o: El Factor A no interactúa con el Factor B

H_A: El Factor A interactúa con el Factor B

Nivel de significación:

0.05 ó 0.01

Estadístico de Prueba:

F1= $S^2_A{}^2/S^2_{error}$; **F2**= S^2_B/S^2_{error}; **F3**= S^2_{AB}/S^2_{error}

Regla de Decisión:

Si $F_{calculado}$ es mayor que la F_{tabla} se rechaza Ho

ANDEVA de un Diseño Bifactorial con interacción

Causa de Variación	**Suma de Cuadrados**	**Grados de Libertad**	**Cuadrado Medio, CM "S^2"**	**"$F_{Calculado}$"**
Total	SC_{total}	n-1		
Tratamientos Totales	$SC_{tratamientos}$	t-1		
Factor A	SC_A	a-1	S^2_A	S^2_A/S_{error}^2
Factor B	SC_B	b-1	S^2_B	$S^2_B\ S^2_{error}$
Factor AxB	SC_{AxB}	(a-1)(b-1)	S^2_{AxB}	$S^2_{AxB}\ S^2_{error}$
Error	SC_{Error}	n-t		

Donde:

- t = número tratamientos totales,
- a = número tratamientos del Factor A,
- b=número de tratamientos del Factor B
- $SC_{AxB} = SC_{tratamientos} - SC_A - SC_B$
- $SC_{Error} = SC_{total} - SC_{tratamientos}$

En este modelo la suma cuadrados de los tratamientos totales, $SC_{tratamientos}$, se descompone en tres sumas de cuadrados, SC_A, SC_B y SC_{AxB}. Esta forma de resolución de la suma de cuadrados de la interacción es válido para calcular los grados de libertad de la interacción.

Ejemplo de un Análisis Bifactorial

Hay un grupo de 26 Estudiantes, 12 varones y 12 mujeres. A ellos se les preguntó su nota promedio y las horas de estudio semanales, esta última variable se codificó: 0 a 3 horas, 4 a 6 horas y más de 6 horas.

Responder a las preguntas:

¿Hay diferencias de notas según sean varón o mujer?

¿Hay diferencias de notas según sean horas de estudio realizadas?

¿Hay interacción entre sexo y horas de estudio realizadas?

Con una calculadora manual con función estadística realice:

1. Análisis de variancia bifactorial con interacción.
2. Un gráfico de interacciones
3. Comentar los resultados

Tabla de datos

Para analizar los datos manualmente se debe hacer las sumatorias por tratamiento.

Sexo	**Horas**	**Repeticiones**				$\sum X$	$\bar{X}$
Varón	0-3	70	74	73	69	286	71.50
Varón	4-6	78	75	80	76	309	77.25
Varón	+6	86	82	88	85	341	85.25
Mujer	0-3	64	70	69	76	279	69.75
Mujer	4-6	80	81	73	79	313	78.25
Mujer	+6	80	90	84	82	336	84.00
						1,864	**77.67**

Suma de Cuadrados

$$SC_{total} = 70^2 + 74^2 + \cdots + 82^2 - {1864^2}/{24}$$

$$SC_{tratamientos} = \frac{286^2 + 309^2 + 341^2 + \cdots + 336^2}{4} - {1864^2}/{24}$$

$$SC_{Sexo} = \frac{936^2 + 928^2}{12} - {1864^2}/{24}$$

$$SC_{Horas\ estudio} = \frac{565^2 + 622^2 + 677^2}{8} - {1864^2}/{24}$$

$$SC_{Sexo*Horas\ estudio} = SC_{Tratamientos} - SC_{Sexo} - SC_{Horas\ estudio}$$

$$SC_{Sexo*Horas\ estudio} = SC_{Tratamientos} - SC_{Sexo} - SC_{Horas\ estudio}$$

Resultados. Con el programa estadístico INFOSTAT se obtuvieron los siguientes valores del ANDEVA.

ANDEVA de Interacciones. Variable Dependiente: Nota Promedio

Cuadro de Análisis de la Varianza

C.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	795.33	5	159.07	13.13	<0.0001
Sexo	2.67	1	2.67	0.22	0.6445
Horas Estudio	784.08	2	392.04	32.37	<0.0001
Sexo*Horas Estudio	8.58	2	4.29	0.35	0.7064
Error	218.00	18	12.11		
Total	1013.33	23			

Estos resultados dicen que no hay diferencias de notas según sean los estudiantes varones o mujeres (significación de 0.64 mayor al 0.05), pero por otro lado si se observa diferencias estadísticas entre las horas de estudio (significación de 0.0001 menor al 0.05), con esta última variable y este resultado se debe hacer una separación de promedios entre las tres categorías de horas de estudio.

Gráfico de Interacciones

Este gráfico nos permite observar si hay interacción con los dos factores, “sexo” y ”horas de estudio”. Esta interacción ocurre si las rayas generadas por las variables se cruzan, lo que sería una confirmación de la existencia de interacción entre sexo y horas de estudio. Como esto no se observa en el gráfico que se muestra a continuación, se puede concluir que coinciden los resultados del ANDEVA y del gráfico.

Gráfico de Interacciones entre las Variables “Sexo” y “Horas de estudio”

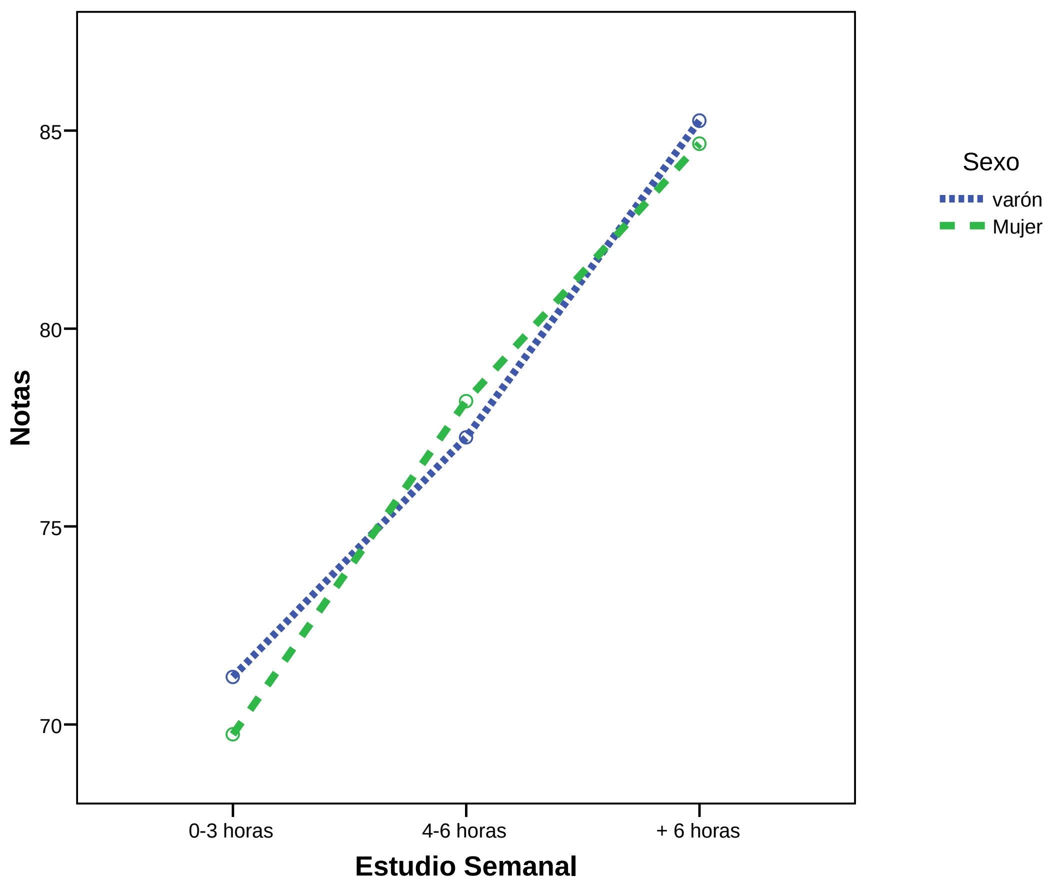


Tabla de Distribución "F"

$d./n.$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161.447639	199.500000	215.707345	224.583241	230.161878	233.986000	236.768400	238.882695	240.543255
2	18.512821	19.000000	19.164292	19.246794	19.296410	19.329534	19.353218	19.370993	19.384826
3	10.127964	9.552094	9.276628	9.117182	9.013455	8.940645	8.886743	8.845238	8.812300
4	7.708647	6.944272	6.591382	6.388233	6.256057	6.163132	6.094211	6.041044	5.998779
5	6.607891	5.786135	5.409451	5.192168	5.050329	4.950288	4.875872	4.818320	4.772466
6	5.987378	5.143253	4.757063	4.533677	4.387374	4.283866	4.206658	4.146804	4.099016
7	5.591448	4.737414	4.346831	4.120312	3.971523	3.865969	3.787044	3.725725	3.676675
8	5.317655	4.458970	4.066181	3.837853	3.687499	3.580580	3.500464	3.438101	3.388130
9	5.117355	4.256495	3.862548	3.633089	3.481659	3.373754	3.292746	3.229583	3.178893
10	4.964603	4.102821	3.708265	3.478050	3.325835	3.217175	3.135465	3.071658	3.020383
11	4.844336	3.982298	3.587434	3.356690	3.203874	3.094613	3.012330	2.947990	2.896223
12	4.747225	3.885294	3.490295	3.259167	3.105875	2.996120	2.913358	2.848565	2.796375
13	4.667193	3.805565	3.410534	3.179117	3.025438	2.915269	2.832098	2.766913	2.714356
14	4.600110	3.738892	3.343889	3.112250	2.958249	2.847726	2.764199	2.698672	2.645791
15	4.543077	3.682320	3.287382	3.055568	2.901295	2.790465	2.706627	2.640797	2.587626
16	4.493998	3.633723	3.238872	3.006917	2.852409	2.741311	2.657197	2.591096	2.537667
17	4.451322	3.591531	3.196777	2.964708	2.809996	2.698660	2.614299	2.547955	2.494291
18	4.413873	3.554557	3.159908	2.927744	2.772853	2.661305	2.576722	2.510158	2.456281
19	4.380750	3.521893	3.127350	2.895107	2.740058	2.628318	2.543534	2.476770	2.422699
20	4.351244	3.492828	3.098391	2.866081	2.710890	2.598978	2.514011	2.447064	2.392814
21	4.324794	3.466800	3.072467	2.840100	2.684781	2.572712	2.487578	2.420462	2.366048
22	4.300950	3.443357	3.049125	2.816708	2.661274	2.549061	2.463774	2.396503	2.341937
23	4.279344	3.422132	3.027998	2.795539	2.639999	2.527655	2.442226	2.374812	2.320105
24	4.259677	3.402826	3.008787	2.776289	2.620654	2.508189	2.422629	2.355081	2.300244
25	4.241699	3.385190	2.991241	2.758710	2.602987	2.490410	2.404728	2.337057	2.282097
26	4.225201	3.369016	2.975154	2.742594	2.586790	2.474109	2.388314	2.320527	2.265453
27	4.210008	3.354131	2.960351	2.727765	2.571886	2.459108	2.373208	2.305313	2.250131
28	4.195972	3.340386	2.946685	2.714076	2.558128	2.445259	2.359260	2.291264	2.235982
29	4.182964	3.327654	2.934030	2.701399	2.545386	2.432434	2.346342	2.278251	2.222874
30	4.170877	3.315830	2.922277	2.689628	2.533555	2.420523	2.334344	2.266163	2.210697
40	4.084746	3.231727	2.838745	2.605975	2.449466	2.335852	2.249024	2.180170	2.124029
60	4.001191	3.150411	2.758078	2.525215	2.368270	2.254053	2.166541	2.096968	2.040098
120	3.920124	3.071779	2.680168	2.447237	2.289851	2.175006	2.086770	2.016426	1.958763

8. Referencias

DATA MINING INSTITUTE. 2001. UNIANOVA - *Diseño Completamente Aleatorio*. http://www.estadistico.com/arts.html?20011015

Martínez Garza, A. 1988. *Diseños experimentales, métodos y elementos de teoría*. México. Edit Trillas. 756p.

Lacayo, I. *Análisis de Variancia con SPSS 8.0*. Pp 26-28.

Little, T y Hills F. 1989. *Métodos estadísticos para la investigación en la agricultura*. 2 ed. Trillas. 27

Universidad Rafael Belloso Chacin. 2002. *ANÁLISIS DE VARIANZA*. http://www.aibarra.org/Apuntes/Estadistica/00032969.doc