EJERCICIOS VARIABLES ALEATORIAS

1.- Tenemos dos urnas, en la urna A hay 5 bolas blancas y 4 rojas y en la B hay 6 blancas y 3 rojas. Se sacan, sin reemplazamiento, dos bolas de cada urna. Sea X el nº de bolas blancas que salen de la urna A e Y el nº de bolas blancas que salen de la urna B. Calcular:

a) Las distribuciones de probabilidad de X e Y.
b) La distribución de probabilidad de la variable z = X + Y.

2.- Una persona tiene tiempo para jugar a la ruleta 5 veces a lo sumo. En cada juego gana o pierde 6 euros. Una persona empieza con 6 euros y dejará de jugar si antes de la 5ª vez pierde todo su dinero o si gana 18 euros, esto es, si tiene 24 euros. Hallar:

a) el número de casos en que puede ocurrir la apuesta
b) la función de probabilidad
c) la esperanza matemática

3.- Una variable X aleatoria tiene por función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ 0.2x & 0 < x \le 1 \\ 0.2 & 1 > x \le 2 \\ 0.2x - 0.2 & 2 > x \le 3 \\ 0.4 & 3 > x \le 4 \\ 0 & 4 < x \end{cases}$$

Calcular:

a) P(x≤1)
b) P(1<x≤2)
c) P(2<x≤3)

4.- Sea X una variable aleatoria continua de función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} C(1 + x^2) & si \quad x \in (0,3) \\ 0 & en \quad otro \quad caso \end{cases}$$

a) Hallar el valor de la constante C y la función de distribución acumulativa de probabilidad. Dibujar ambas fuciones
b) Probabilidad de que X esté comprendido entre 0 y 1
c) Probabilidad de que X sea menor que 1
d) Probabilidad de que X ses mayor que 2
e) Calcular E(x) y Var(x)

5.- La función de densidad de una variable aleatoria continua es:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+b & si \quad x\in(0,2) \\ 0 & en \quad otro \quad caso \end{cases}$$

sabiendo que P(1/2<x<1) = 1/8, calcular:

a) a y b
b) La función de distribución. Representar f(s) y F(x)
c) P(x<1/2), P(/4<x<3/4), P(x>1)

6.- El diámetro de un cable eléctrico se considera una v.a. continua X, cuya función de densidad de probabilidad es:

$$f(x)=\begin{cases} Cx(1-x) & si \quad 0\leq x\leq 1 \\ 0 & en \quad otro \quad caso \end{cases}$$

a) Calcular el valor de C y dibujar f(x)
b) Determinar la función F(x) y dibujarla.
c) Calcular la media, mediana y varianza de la distribución
d) Calcular P(x<1/2), P(0≤x≤1/4), P(x≥1/3), P(X≤1/2|1/3<x<2/3)

7.- El departamento de economía tiene 8 profesores que se destinan a un mismo despacho. Cada profesor puede estudiar por igual en su casa o en el despacho. ¿Cuántos escritorios deben haber en el despacho para que cada uno tenga por lo menos un escritorio el 90% de las veces?

8.- Un sistema electrónico contiene 20 componentes y la probabilidad de que falle un componente individual es de 0.15.
Se supone que los componentes fallan intermitentemente uno de otro.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que fallen 2? ¿Y al menos 1?
b) Si uno de ellos se sabe que ya ha fallado, ¿Cuál es la probabilidad de que fallen al menos dos?
c) Si al menos uno de ellos ha fallado, ¿Cuál es la probabilidad de que fallen al menos dos?

9.- En una determinada zona geográfica, se pretende introducir un nuevo producto, del que se espera sea pedido por un 0.4% de sus habitantes. Determinar la probabilidad de que, consultados 1000 de estos, dicho producto, sea solicitado:

a) por tres o más
b) por cinco o menos
c) al menos dos
d) ¿Cuántos individuos se espera que soliciten dicho producto?

10.- Una secretaria comete, en promedio, 2 errores por página.

a) Determinar la probabilidad de que en una determinada página no comete ninguno.¿Y de que cometa dos errores? ¿Y más de dos?

b) Al cabo de un día la secretaria ha escrito un informe de 50 páginas. ¿Cuál es la probabilidad de que haya cometido más de 20 errores? ¿Y menos de 10? ¿Y la probabilidad de que cometa solo 3?

11.- La variable aleatoria X tiene una distribución uniforme en el intervalo (-2,8).

a) Determinar la función de probabilidad y el valor de $P(0<x<7)$
b) Calcular E(x), Var (x)

12.- La variable aleatoria X denota la corriente, medida en miliampares, en un alambre delgado de cobre. Supóngase que la función densidad de probabilidad de esta variable aleatoria es una función uniforme en el intervalo (0,20).

a) Determinar la esperanza y la varianza de X
b) ¿Cuál será la probabilidad de que por el alambre circule una corriente de más de 10 miliamperes?¿Y entre 5 y 8 miliamperes?

13.- Para la distribución exponencial:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x} & x > 0 \\ 0 & en \quad otro \quad caso \end{cases}$$

Hallar:

a) La función de distribución
b) La media
c) La varianza
d) La mediana

14.- El coeficiente de inteligencia es una variable aleatoria que tiene una distribución normal con media 100 y desviación típica 16. Calcular:

a) La probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga una coeficiente inferior a 120
b) La probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga una coeficiente entre 118 y 122
c) La probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga una coeficiente superior a 130

15.- Supóngase que las estaturas de 800 estudiantes están normalmente distribuidas con media 170 cm y desviación típica de 5 cm. Hallar el número n de estudiantes con esta estatura:

a) Entre 65 y 175
b) Mayor o igual que 178 cm

16.- De un instituto, se presentan 180 alumnos y alumnas al examen de acceso a la universidad y se sabe que, de ese centro, suelen aprobar el 81% de los estudiantes presentados. Hallar la probabilidad de que:

a) Aprueben todos
b) Aprueben menos de 120
c) Suspendan 50 o más

17.- Se tira 1000 veces una moneda equilibrada y se pide:

a) Probabilidad de que el número de caras que esté comprendido entre 490 y 510
b) Intervalo (a,b) centrado en 500 que verifique que P(a<num. Caras<b) =0,95

18.- La función de densidad de una variable aleatoria X viene dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin (0,1) \\ kx^2(1-x) & \text{si } x \in (0,1) \end{cases}$$

• Calcula el valor k para que f sea una función de densidad.

• Calcular la función de distribución de probabilidad.

• Calcular la media y la varianza.

19.- Dada una variable aleatoria X cuya distribución de probabilidad viene dada por la función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Calcular:

• El valor de la constante k para que f(x) sea la función de densidad que define la distribución de probabilidad de la variable X.

• La función de distribución de X.

• La probabilidad: $P(0{,}3 \le X \le 0{,}7)$.

20.- Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \le 0 \\ a(1+x) & \text{si } 0 < x \le 1 \\ \dfrac{2}{3} & \text{si } 1 < x \le 2 \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Se pide:

• Valor de a para que f sea función de densidad.

• Calcular $P(0{,}5 \le X \le 1{,}5)$.

21.- Dada la variable aleatoria continua, X, con función de densidad,

$$f(x)=\begin{cases} k(x+2) & 0\le x\le 4 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Hallar:

- El valor de k para que sea realmente una función de densidad.
- La función de distribución.
- La media y la varianza.
- $P(2\le X\le 3)$.

22.- Un vendedor estima las probabilidades que aparecen en la siguiente tabla para el número de ventas X de una determinada máquina fotocopiadora en una semana.

Número de ventas	**0**	**1**	**2**	**3**
Probabilidad	0,12	0,20	0,41	0,27

a) Encuentra la probabilidad de vender al menos dos fotocopiadoras en una semana.

b) Hallar el valor medio de la variable X.

23.- La función de densidad de una variable aleatoria es,

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+b & \text{si } x\in(0,2) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Sabiendo que $P(1/2<X<1)=0.1357$, determinar a y b.

24.- En un dado trucado, la variable aleatoria puntuación tiene la siguiente distribución de probabilidad.

x_i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
$P(X=x_i)$	0,10	0,40	0,10	0,20	0,05	0,15

Hallar la función de distribución

25.- Se ha comprobado que un gran número de fenómenos físicos tienen asociada una variable aleatoria cuya función de densidad es:

$$f(x)=\begin{cases} Ke^{-kx} & si \quad 0<x<\infty \quad k>0 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

Se pide:

a) Qué valor puede tomar k.
b) P(X>10)
c) P(50<X<100)

26.- Sea el experimento aleatorio "lanzar al aire dos dados" y sea X la v.a. que indica la suma de los resultados obtenidos. ¿Cuál es el valor esperado, la varianza y la desviación típica?

27.- En una fábrica de cierta localidad alicantina se produce una media de 150 pares de zapatos al día con una desviación típica de 10 pares.
a) Obtenga el porcentaje mínimo de días en los que la producción supera los 135 pares de zapatos, pero es inferior a 165.
b) Obtenga la cantidad de pares de zapatos para que, como máximo, el 25% de los días, la producción se desvíe de la media en al menos dicha cantidad.

28.- Mc Donald ofrece tres tamaños de refresco: pequeño, mediano y grande. Los refrescos se venden a 0,80 Dólares. 0,90 Dólares. y 1,20 Dólares. respectivamente. De los pedidos, 30% son para el tamaño pequeño, 50% para el mediano y 20% para el grande. Organice el tamaño de los refrescos y la probabilidad de venta en una distribución de probabilidad.

a. ¿Es un distribución de probabilidad discreta? Explique
b. Calcule la media de cobranza por un refresco
c. ¿Cuál es la varianza de la cantidad cobrada por un refresco? ¿Cuál es la desviación?

29.- El dueño de subway en Alto Prado ofrece llenar tres veces el vaso de refresco en todas las órdenes y reunió la siguiente información sobre este servicio. Calcule la media, la varianza y la desviación estándar para la distribución del número de veces que llenó los vasos.

Rellenos	0	1	2	3
Porcentaje	30	40	20	10

30.- El Sr. Decano de la facultad calculó la distribución de la admisión de estudiantes para el segundo semestre del año basándose en experiencias pasadas. ¿Cuál es el número promedio esperado de admisiones para el segundo semestre? Calcule la varianza y la desviación estándar del número de admisiones.

Admisiones	1000	1200	1500
Probabilidad	0,6	0,3	0,1