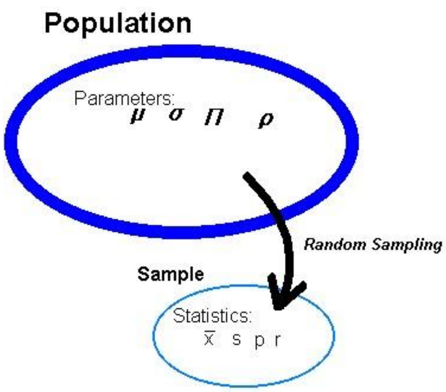
DISTRIBUCIONES MUESTRALES

DISTRIBUCIONES MUESTRALES

1. Introducción

A las distribuciones de los **estadísticas muestrales** se les llama **distribuciones muestrales**.



ESTADÍSTICA INFERENCIAL: La estadística inferencial involucra el uso de un estadístico para sacar una conclusión o inferencia sobre el parámetro correspondiente de la población

Por ejemplo se usa:

$\overline{X}$ media de muestra para estimar la μ media poblacional

s desv. Est. De muestra para estimar la σ desv. Est. poblacional

p proporción en la muestra para estimar la π proporción poblacional

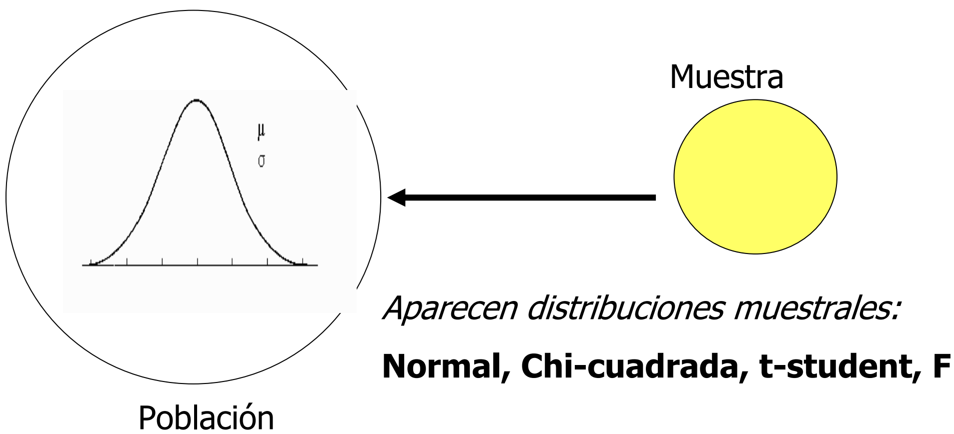
ERROR DE MUESTREO: es la diferencia entre el parámetro poblacional y el estadístico de la muestra utilizado para estimar el parámetro.

Por ejemplo la diferencia entre:

$\overline{X}$ y μ s y σ p y π

DISTRIBUCIÓN MUESTRAL: es un conjunto de todos los valores posibles para un estadístico y la probabilidad relacionada con cada valor.

Distribuciones muestrales derivadas de la normal: Chi 2, t y F



Distribución Chi Cuadrada

Esta distribución se forma al sumar los cuadrados de las variables aleatorias normales estándar.
Si Z es una variable aleatoria normal, entonces el estadístico Y siguiente es una variable aleatoria Chi cuadrada con n grados de libertad.

$$y = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + \dots + z_n^2$$

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(m/2)2^{m/2}} x^{m/2-1} e^{-x/2}$$

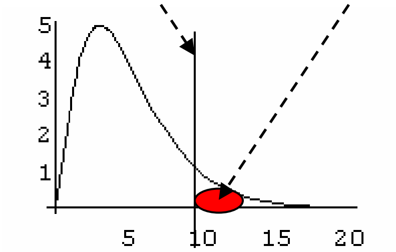
Media y varianza de una ji-cuadrada.

E(X)=m

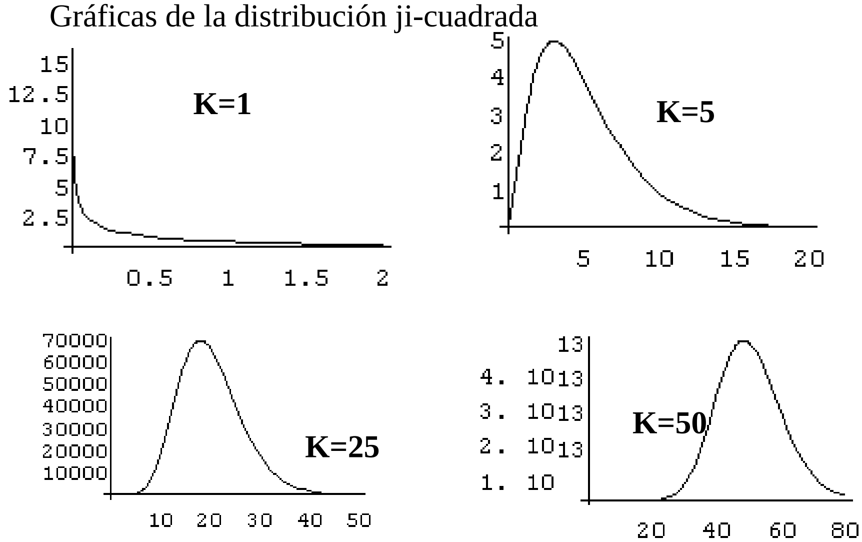
V(X)=2m

Calculo de puntos críticos usando las tablas de ji-cuadrada

$$P(X > \chi^2_{\alpha,k}) = \alpha$$



Gráficas de la distribución ji-cuadrada



Con k grande ji-cuadrada se hace normal

Ejemplo: Calcule el valor critico que satisface

$$P(X > \chi^2_{0.05,20}) = .05$$

De tablas de ji-cuadrada con alfa=.05 y k=20

$$\chi^2_{0.05,20} = 31.41$$

Si $X_1, X_2, ..., X_n$ es una muestra aleatoria de una Poblacion (X) con distribución normal $n(\mu, \sigma^2)$ .Entonces $\frac{(n-1)}{\sigma^2} S^2$ se distribuye **ji cuadrada con k= n-1** grados de libertad.

Donde S cuadrada es la varianza muestral.

$$\frac{(n-1)}{\sigma^2} S^2 \rightarrow \chi^2_{n-1}$$

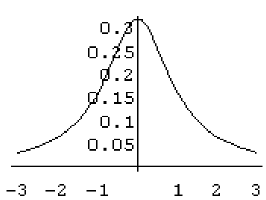
Distribución t-student

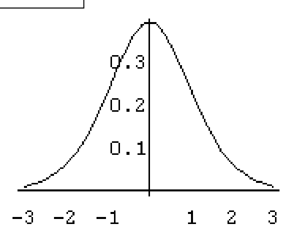
Si $X_1, X_2, ..., X_n$ es una muestra aleatoria de una población (X) con distribución norma $n(\mu, \sigma^2)$. Entonces $(\overline{X} - \mu) \big/ (s / \sqrt{n})$ se distribuye t-student con n-1 grados de libertad

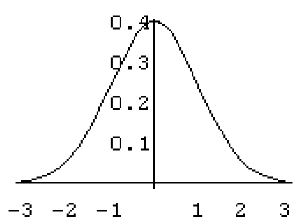
$$(\overline{X} - \mu) \big/ (s / \sqrt{n}) \rightarrow t_{n-1}$$

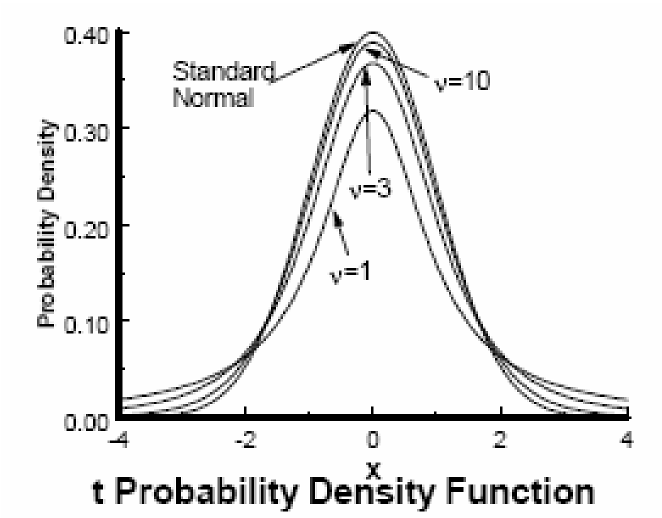
Función de Distribución t-student

$$f(x) = \frac{\Gamma[(k+1)/2]}{\sqrt{\pi k}\,\Gamma[k/2][x^2/2+1]^{(k+1)/2}}$$
$$x \in (-\infty, \infty)$$









La media y la varianza de la distribución t son:

$$\mu = 0$$

$$\sigma = \frac{k}{k-2}; \quad k \geq 3$$

De una muestra aleatoria de n artículos, la probabilidad de que

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

Caiga entre dos valores especificados es igual al área bajo la distribución de probabilidad t de Student con los valores correspondientes en el eje X, con n-1 grados de libertad

Ejemplo:

La resistencia de 15 sellos seleccionados aleatoriamente son: 480, 489, 491, 508, 501, 500, 486, 499, 479, 496, 499, 504, 501, 496, 498

¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia promedio de los sellos sea mayor a 500?. La media es 495.13 y la desviación estándar es de 8.467.

t = -2.227 y el área es 0.0214

$$t = \frac{495.13 - 500}{8.467 / \sqrt{15}} = -2.227$$

Distribución F

Surge de dividir dos ji-cuadradas independientes

F=(W/u)/(Y/v)

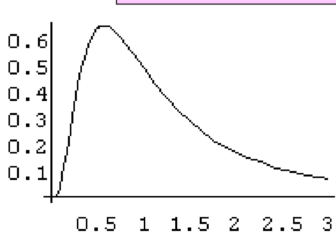
W se distribuye ji-cuadrada con **u** g.l.
Y se distribuye ji-cuadrada con **v** g.l.

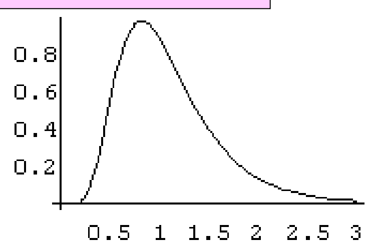
El uso de esta distribución es para comparar varianzas (Recuerde el análisis de varianza)

Distribución F.

$$f(x) = \frac{\Gamma[(u+v)/2]\left(u/v\right)^{u/2} x^{(u/2)-1}}{\Gamma(u/2)\Gamma[v/2][\frac{u}{v}x+1]^{(k+v)/2}}$$

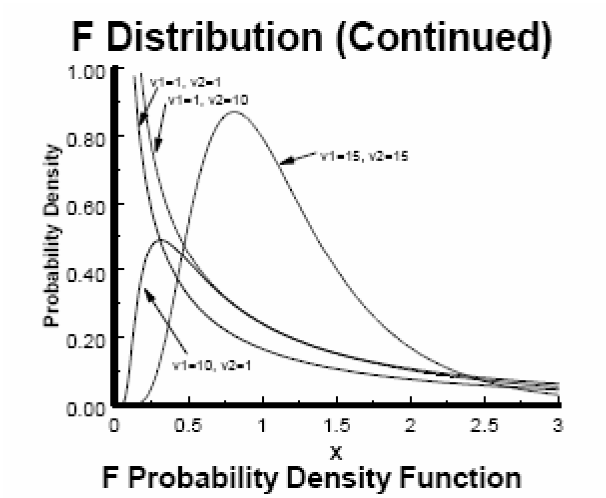
$$x \in (0, \infty)$$





u=10
v=5

u=20
v=20



Para determinar la otra cola de la distribución F se determina con la expresión.

Falfa, k1, k2 = 1 / F(1-alfa), k2, k1

Dado K1 = 8 y K2 = 10, F0.05 = 3.07, encontrar el valor de F0.05 con K1 = 10 y K2 = 8

F0.05,10,8 = 1/ F0.95,8,10 = 1/ 3.07 = 0.326

.