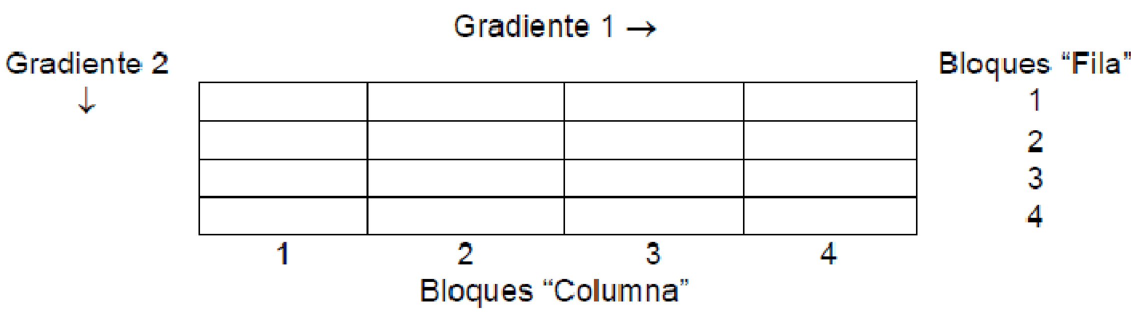
DISEÑO DE CUADRADOS LATINOS

Ya vimos que el diseño de bloques al azar, era el diseño apropiado cuando se conocía de antemano algún factor que fuera fuente de variabilidad entre las unidades experimentales. ¿Pero qué pasa si se sabe de dos factores o fuentes de variabilidad que afectan el material experimental?
Supongamos que se tiene un experimento agrícola donde las unidades experimentales son parcelas, pero estas parcelas están ubicadas en diferentes tipos de suelo y además tienen diferentes valores de pH, uno podría pensar en realizar un diseño de bloques al azar usando cualquiera de estas dos características: realizando bloques de acuerdo a los diferentes valores de pH o bloques que consideren los diferentes tipos de suelo. Otra alternativa, que como ya se habrán imaginado es la más adecuada, es hacer un “doble bloqueo”, o sea bloques en dos direcciones, que consideren las dos fuentes de variación, a este tipo de diseño se le denomina Cuadrado Latino, donde se tiene un conjunto de “t” tratamientos y “t^2” unidades experimentales, que son agrupadas por dos factores.
El diseño de cuadrados latinos tuvo sus orígenes en experimentos agrícolas, donde se tenían parcelas de terreno con gradientes de fertilidad en dos direcciones, tal como aparece en el siguiente gráfico.



En realidad este tipo de ensayos con dos gradientes de fertilidad son poco comunes, pero el uso de este diseño no se limita a esta situación, se ha utilizado en otras áreas diferentes a la agricultura, tales como la biología, estudio de mercados, procesos industriales, entre otros. Se debe tener en cuenta que un diseño de cuadrados latinos no requiere que las unidades experimentales estén distribuidas físicamente en un cuadrado como tal, de hecho, esta situación sólo se presenta en un caso como el de los dos gradientes de fertilidad mencionado anteriormente.
Para un diseño de cuadrados latinos “t*t”, se tienen “t” tratamientos que se asignan aleatoriamente a “t^2” unidades experimentales, de tal manera que cada tratamiento aparece una sola vez en cada “fila” y en cada “columna”, a cada tratamiento se le designa con una letra latina: A, B, C, etcétera, de ahí el nombre de cuadrado latino. En el ejemplo de los gradientes de fertilidad, se podría evaluar entonces el

efecto de cuatro tratamientos (A, B, C y D), que podrían estar dispuestos de la siguiente manera:

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

A un cuadrado latino como el anterior, donde las letras en la primera fila y la primera columna están organizadas alfabéticamente, se le llama cuadrado latino estándar. Importante: En este diseño, la asignación aleatoria de los tratamientos a las unidades experimentales, se hace a través de la aleatorización de un cuadrado del tamaño t*t requerido, veamos los pasos recomendados:

PASOS PARA OBTENER UN CUADRADO LATINO ALEATORIZADO

1. Partir de un cuadrado latino estándar del tamaño requerido: Supongamos que necesitamos un cuadrado 4*4 y arbitrariamente hemos seleccionado el planteado anteriormente, donde se observa el orden alfabético de las letras en la primera fila y la primera columna;

2. Aleatorizar todas las columnas del cuadrado elegido: Para este efecto existen tablas de permutaciones o simplemente se elige un orden aleatorio (con ayuda de la calculadora o de tablas de números aleatorios) de las "t" columnas; para este caso, con ayuda de la calculadora se encontraron los valores: 1,3,4.

- 1: Quiere decir que la primera columna permanece como estaba.
- 3: Entonces, la que antes era la tercera columna, ahora pasa a ser la segunda.
- 4: La que inicialmente era la cuarta columna, ahora pasa a ser la tercera, por descarte, entonces, la que originalmente era la segunda columna, ahora pasa a ser la cuarta, con lo que el cuadrado quedaría:

A	C	D	B
B	D	A	C
C	A	B	D
D	B	C	A

3. Aleatorizar todas las filas del cuadrado encontrado: Nuevamente, con ayuda de la calculadora, el orden aleatorio encontrado fue: 3, 4, 1.

- 3: La que en el último cuadrado era la tercera fila, ahora pasa a ser la primera.
- 4: La que era la cuarta fila, ahora se convierte en la segunda.
- 1: La primera fila debe ser ahora la tercera y por descarte, la segunda fila pasa a ser la cuarta, quedando el siguiente cuadrado, que sería el definitivo:

C	A	B	D
D	B	C	A
A	C	D	B
B	D	A	C

4. <u>Asignar aleatoriamente los tratamientos a las letras.</u>

VENTAJAS DEL DISEÑO DE CUADRADOS LATINOS

- Si se conocen dos fuentes de variabilidad de las unidades experimentales y se puede hacer un "bloqueo" en dos direcciones, se va a poder hacer una comparación más precisa de los tratamientos (se tiene más potencia) pues la variación debida a las filas y las columnas es removida del error experimental.
- Es fácil de analizar, comparado con el diseño de bloques al azar, sólo se requiere de una suma de cuadrados adicional.
- Cuando se tienen cuadrados pequeños (lo que implica pocos grados de libertad para el error experimental) se pueden utilizar varios de estos cuadrados de poco tamaño y realizar un análisis combinado de los mismos en algo que se llama cuadrados latinos repetidos.

DESVENTAJAS DEL DISEÑO DE CUADRADOS LATINOS

- El número de tratamientos, filas y columnas debe ser igual, a veces es difícil encontrar unidades experimentales que permitan armar los bloques homogéneos en las dos direcciones, más aún, si el número de tratamientos es grande.
- Los diseños pequeños tienen pocos grados de libertad para la estimación del error experimental y a medida que el tamaño del diseño aumenta, es posible que no se tenga homogeneidad al interior de cada bloque.
- No es un diseño adecuado si existe interacción entre los efectos de fila, columna y tratamientos.

MODELO LINEAL

En este caso el modelo sería: $Y_{ijk} = \mu + \tau_i + f_j + c_k + \varepsilon_{ijk}$ Donde:

Y_{ijk} es la lectura del tratamiento i-ésimo en la fila j-esima y en la k-ésima columna

μ es el promedio poblacional de la variable respuesta

τ_i es el efecto del tratamiento "i", con i = 1,2,.....,t
f_j es el efecto de la fila 'j", con j = 1,2,.....,t
c_k es el efecto de la columna "k", con k = 1,2,.....,t
ε_{ijk} es el error asociado con la lectura del i-ésimo tratamiento en la fila j-esima y en la k-ésima columna.

ANÁLISIS DE VARIANZA

Para realizar el análisis de varianza se requieren los siguientes términos:
$Y_{...} = \Sigma\Sigma\, Y_{ijk}$ = Gran total
$Y_{i..}$ = Total del tratamiento "i"
$Y_{.j.} = \Sigma\, Y_{ijk}$ = Total de la fila "j"
$Y_{..k} = \Sigma\, Y_{ijk}$ = Total de la columna "k"

Tabla de Anova

F de V	GL	Suma de cuadrados	Cuadrados medios	FC
Tratamientos	t - 1	$T = \sum Y^2_{i..}/t - TC$	$SC_T = T/\,(t-1)$	$\dfrac{CM_{ttos}}{CM_{Error}}$
Filas	t - 1	$F = \sum Y^2_{.j.}/t - TC$	$SC_F = F/(t-1)$	
Columnas	t - 1	$C = \sum Y^2_{..k}/t - TC$	$SC_C = C/(t-1)$	
Error	(t-1)(t-2)	$E = Tot - T - F - C$	$SC_E = E/(t-1)(t-2)$	
Total	$t^2 - 1$	$Tot = \sum\sum y^2_{ijk} - TC$		

Donde :

F de V : Fuente de Variación
GL : Grados de libertad
t : Número de tratamientos = Número de filas = Número de columnas
TC : Término de corrección = $Y^2_{...} / t^2$
Nota 1: Así como en el diseño de bloques al azar, el efecto de los bloques no se evaluaba, en el diseño de cuadrados latinos, los efectos de filas y columnas tampoco se evalúan, pues por diseño se espera que existan diferencias entre ellas.
Nota 2: Los grados de libertad del error también se pueden calcular como la diferencia entre los grados de libertad totales y los grados de libertad de las otras fuentes de variación (tratamiento, filas y columnas).

EJERCICIO:

Aquí deben plantear un experimento que ustedes consideren se debe evaluar bajo un diseño de cuadrados latinos, como siempre, deben indicar, quién es el factor con sus niveles, la unidad experimental, la variable respuesta y quienes son las fuentes de variación “filas” y “columnas”. Deben hacer la aleatorización del cuadrado latino, luego van a suponer los datos de la variable respuesta y los deben analizar con el alfa que deseen.

EJEMPLO:

Un investigador quiere evaluar la productividad de cuatro variedades de aguacate y decide realizar el ensayo en un terreno que posee un gradiente de pendiente de oriente a occidente y además, diferencias en la disponibilidad de Nitrógeno de norte a sur, para controlar los efectos de la pendiente y la disponibilidad de Nitrógeno, utilizó un diseño de cuadrado latino, las variedades son: A, B, C y D, los datos corresponden a la producción en kg/parcela.

Disponibilidad de Nitrógeno	Pendiente				$Y_{.j.}$
	1	2	3	4	
1	D 785	A 730	C 700	B 595	
2	A 855	B 775	D 760	C 710	
3	C 950	D 885	B 795	A 780	
4	B 945	C 950	A 880	D 835	
$Y_{..k}$					

Aquí el juego de hipótesis a probar sería:
Ho = $\mu_{A} = \mu_{B} = \mu_{C} = \mu_{D}$
Ha = $\mu_i \neq \mu_j$ para cualquier “i” diferente de “j”.
El análisis de varianza queda: (Tarea: Verificarlo)

F de V	GL	S de C	CM	F_C	P value
Tratamientos	3	5556.25000	1852.08333	98.78	< 0.005
Nitrógeno (Filas)	3	92518.75000	30839.58333		
Pendiente (Columnas)	3	52556.25000	17518.75000		
Error	6	112.5000	18.7500		
Total	15	150743.7500			

A partir de la cual se rechaza la hipótesis nula y se concluye que existen por lo menos dos variedades de aguacate con diferentes niveles de producción, para evaluar entre quienes está la diferencia debe realizarse una prueba de comparación de medias, esto te queda de tarea.

SUPUESTOS EN UN DISEÑO DE CUADRADOS LATINOS

Para que el análisis de varianza en un diseño de cuadrados latinos tenga validez, deben cumplirse los mismos supuestos mencionados para el diseño de bloques al azar: Normalidad, Homocedasticidad e Independencia; adicionalmente debe cumplirse el supuesto de aditividad entre filas, columnas y tratamientos, es decir, no debe haber interacción entre los mismos.
Respecto a la normalidad y la independencia, el procedimiento es el mismo que en el caso de un diseño completamente al azar y de un diseño en bloques al azar, la normalidad se evaluará con ayuda del programa INFOSTAT y la prueba de Shapiro – Wilk y la independencia se garantizará con la asignación aleatoria de los tratamientos a las unidades experimentales.
En el caso del supuesto de homocedasticidad, para el diseño de cuadrados latinos se presenta el mismo problema de índole computacional que habíamos mencionado para el diseño de bloques al azar, pues los programas estadísticos actuales son incapaces de evaluar el supuesto en cualquier diseño diferente al completamente al azar, razón por la cual se debe asumir que el supuesto se cumple.

EJEMPLO INFOSTAT

Se realizó un ensayo para evaluar el rendimiento en kg de materia seca por hectárea de una forrajera con distintos aportes de N2 en forma de urea. Las dosis de urea probadas fueron 0 (control), 150 y 300 kg/ha. El ensayo se realizó en un potrero experimental con una cortina forestal al norte del mismo por lo que la luz recibida por las parcelas variaba de norte a sur. Además el lote presentaba una pendiente considerable de oeste a este. Se realizó un diseño en cuadrado latino, las variaciones de las parcelas en sentido norte-sur fueron consideradas como variaciones debidas al factor columna (luz) y aquellas en sentido oeste-este se asociaron al factor fila (pendiente). Los datos se encuentran en el archivo CuadLat. El archivo de datos contiene cuatro columnas, una identificando al tratamiento (niveles de urea), otra al factor fila (pendiente), otra al factor columna (luz) y otra a la respuesta observada (rendimiento). Para el análisis elegir Menú - ESTADÍSTICAS – ANÁLISIS DE LA VARIANZA. Si en la ventana del selector de variables de **Análisis de la varianza** se declara “tratamiento”, “fila” y “columna” como **Variables de clasificación** y “rendimiento” como **Variable dependiente,** la siguiente ventana **Análisis de Varianza** señalará que las variables “tratamiento”, “fila” y “columna” han sido seleccionadas como variables de clasificación y aparecerán en la subventana **Especificación de los términos del modelo**. Al **Aceptar** se abrirá una ventana de **Resultados** conteniendo la siguiente información:

Tabla4: Cuadro de análisis de la varianza para un diseño en cuadrado latino. Archivo CuadLat.

Análisis de la varianza

Variable	N	R^2	R^2 Aj	CV
Rendimiento	9	0.998	0.992	1.364

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo I)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	2698.00	6	449.67	161.88	0.0062
Fila	28.22	2	14.11	5.08	0.1645
Columna	754.89	2	377.44	135.88	0.0073
Tratamiento	1914.89	2	957.44	344.68	0.0029
Error	5.56	2	2.78		
Total	2703.56	8			

El valor p=0.029 menor al nivel de significación nominal (□=0.05) de la prueba para efecto de tratamientos, implica que el valor calculado del estadístico F a partir del experimento es mayor al valor teórico esperado bajo la hipótesis de igualdad de efectos de tratamientos (cuantil 0.95 de la F con 2 y 2 grados de libertad), luego se concluye con un nivel de significación del 0.05 que existen diferencias de rendimientos (kg. de materia seca producidos por la forrajera) bajo los distintos tratamientos o niveles de fertilización con urea.

Si los factores a controlar (estructuras de unidades experimentales) son tres, es decir, además de los efectos fila y columna existe otro efecto asociado a la estructura de parcelas, el diseño resultante suele denominarse *Greco-Latino*. Existen otras generalizaciones para este tipo de experimentos cuando el número de factores a controlar es superior a tres y cualquiera de los modelos asociados se pueden ajustar en InfoStat ya que el usuario puede adicionar tantos criterios de clasificación como sea necesario.

La verificación de las suposiciones realizadas sobre el término de error y la comparación de medias de tratamientos generalmente acompañan este tipo de salida.