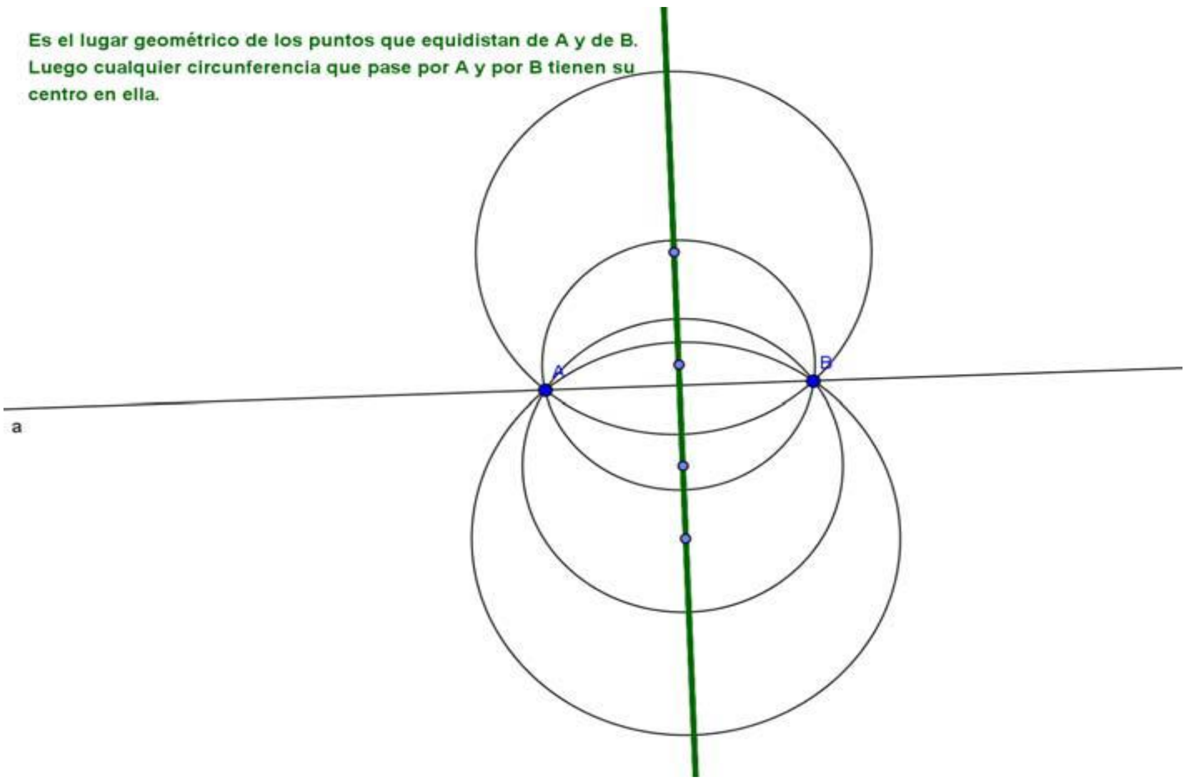
LA CIRCUNFERENCIA

Construcción de la circunferencia:

Teorema 1: **Circunferencia que pasa por dos puntos**

El lugar geométrico del centro de las circunferencias que pasan por dos puntos A y B
es la mediatriz del segmento AB.

Geométricamente:



Teorema 2: **Circunferencia que pasa por tres puntos**

Por tres puntos del plano no alineados pasa una y sólo una circunferencia.

Corolario:

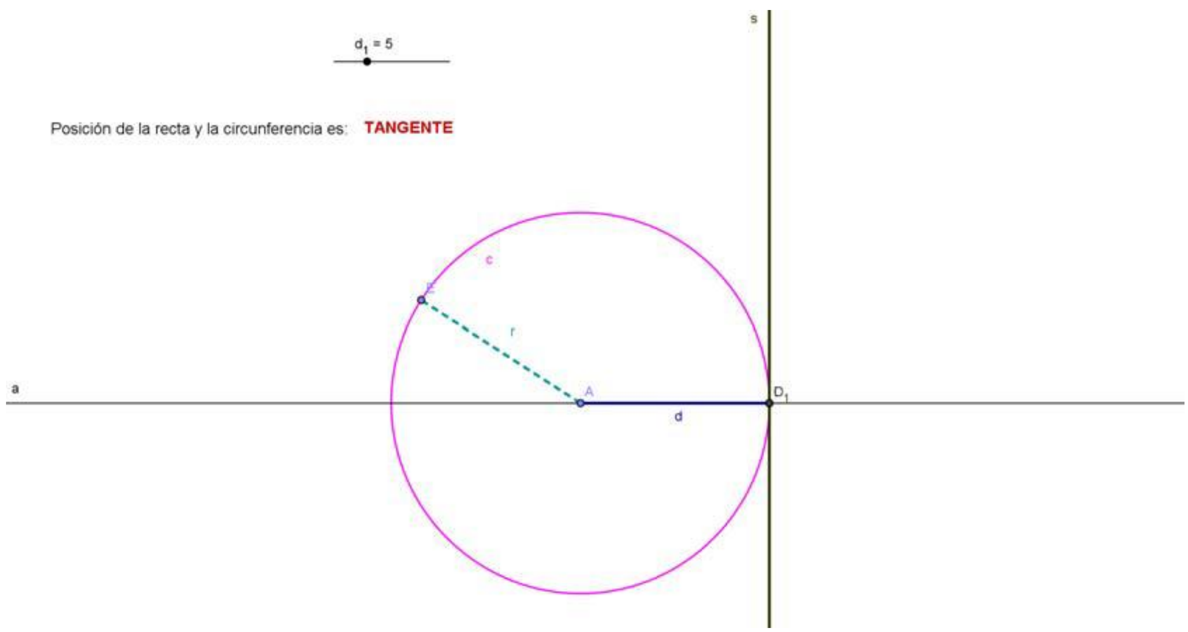
Dos circunferencias distintas pueden cortarse, a lo sumo, en dos puntos.

Actividades con Geogebra:

- Demuestra el teorema 2. ¿Quién es esa circunferencia? (Indicación: tres puntos no alineados forman un triángulo)

Posición relativa Recta – Circunferencia:

La recta puede ser **tangente**. Se cortan en un único punto
La recta puede ser **secante**. Se cortan en dos puntos.
La recta puede ser **exterior**. No se cortan en ningún punto.



Actividades con Geogebra:

Construye en Geogebra una circunferencia y una recta ***s***. Dibuja un radio y pinta el segmento t que representa la distancia más corta desde el centro de la circunferencia a la recta ***s***, ¿qué ángulo forman las rectas ***s*** y ***t***?

Muestra la distancia del radio y del segmento que une el centro de la circunferencia y la intersección de ***s*** y ***t***. Mueve la recta y describe razonadamente la relación entre esas distancias y la posición de la recta y la circunferencia.

A partir de aquí razona el teorema siguiente.

Teorema:

Sean una recta s y una circunferencia C, con centro en O y radio r, en el plano. La recta s es tangente a C si y sólo si es perpendicular al radio en el punto de tangencia A.

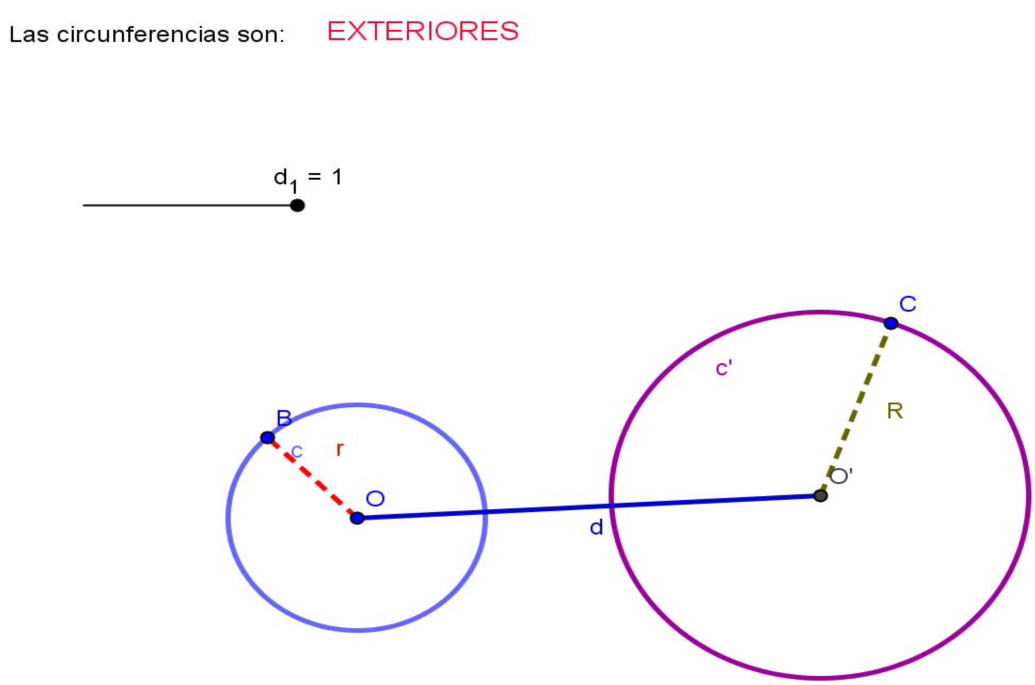
Posición relativa entre dos circunferencias:

Dos circunferencias pueden ser:

Secantes, si se cortan en dos puntos.

Tangentes, si lo hacen en un solo punto. Esta tangencia puede ser interior o exterior.

Concéntricas, si tienen igual centro pero distinto radio.



Actividades con Geogebra:

Construye dos circunferencias. Dibuja sus radios y pinta **el segmento que une los** centros ***d***. Muestra la distancia del radio y del segmento que une los centros. Mueve las circunferencias y describe razonadamente la relación entre las distancias de los radios y la del segmento que une los centros.

Teorema:

Sean dos circunferencias secantes en A y B. Entonces, el segmento que une sus vértices, está en la mediatriz de AB.

Corolarios:

1) En dos circunferencias secantes, la distancia entre los centros es menor que la suma. de los radios y mayor que la diferencia de los mismos
2) En dos circunferencias tangentes, el punto de tangencia está en la línea que une los centros.

Actividades con Geogebra:

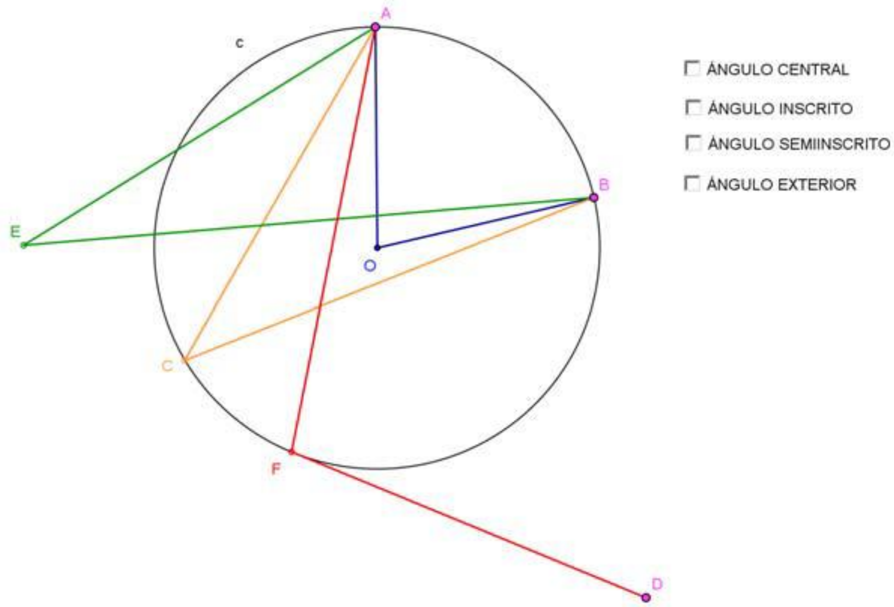
Justifica razonadamente los corolarios anteriores con Geogebra

Ángulos en una circunferencia:

Ángulo **central** es el que tiene su vértice en el centro de la circunferencia. Los que no tienen el vértice en el centro, se llaman **excéntricos**, y pueden ser: **interiores**, **exteriores** y **periféricos**. Dentro de los periféricos encontramos:

Ángulo **inscrito** es el que tiene su vértice sobre la circunferencia y sus lados son dos cuerdas.

Ángulo **Semiinscrito** aquél cuyo vértice está situado en la circunferencia y que tiene por lados una cuerda y una recta tangente a la circunferencia.



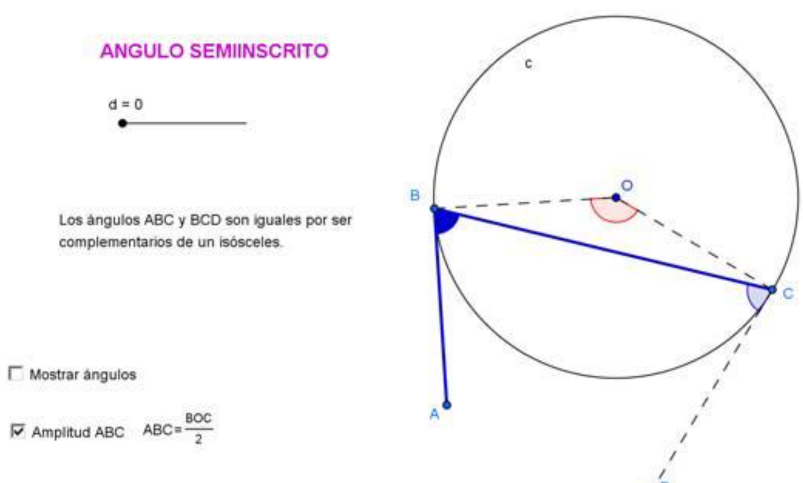
Teoremas:

1. La medida de un ángulo **inscrito** en una circunferencia es la mitad del arco comprendido entre sus lados.

2. La medida de un ángulo **semiinscrito** es la mitad del ángulo central correspondiente al arco comprendido entre sus lados.

3. La medida de un ángulo **interior** de una circunferencia es la semisuma entre el arco comprendido entre sus lados y el arco comprendido entre la prolongación de ellos.

4. La medida del ángulo **exterior** es igual a la semidiferencia entre los arcos comprendidos entre sus lados.



Teorema: (Ángulo inscrito en una semicircunferencia)

Todo ángulo cuyo vértice esté situado en una circunferencia y cuyos lados pasen por los extremos de un diámetro, es recto.

Actividades con Geogebra:

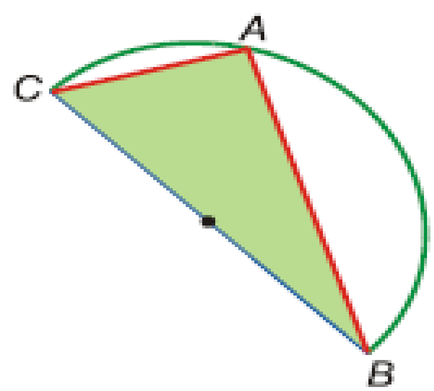
- Sobre una circunferencia de centro O se marcan tres puntos cualesquiera ABC. ¿De qué tipo es ese ángulo? ¿Cuánto medirá con respecto al central AOC?.

- Si AC es un diámetro de la circunferencia, ¿Cómo es el ángulo ABC?

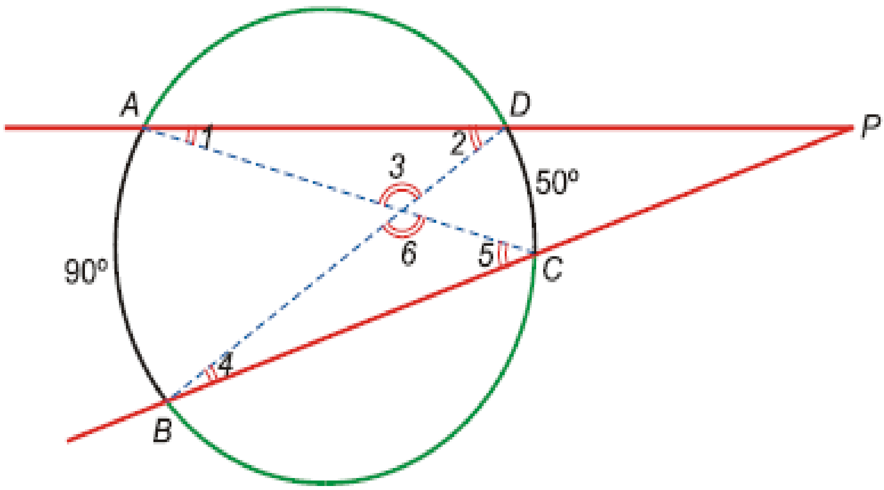
- Dado un segmento AB, determina el lugar geométrico de los puntos del plano P, que cumplen que el ángulo APB es recto.

Actividades para el aula:

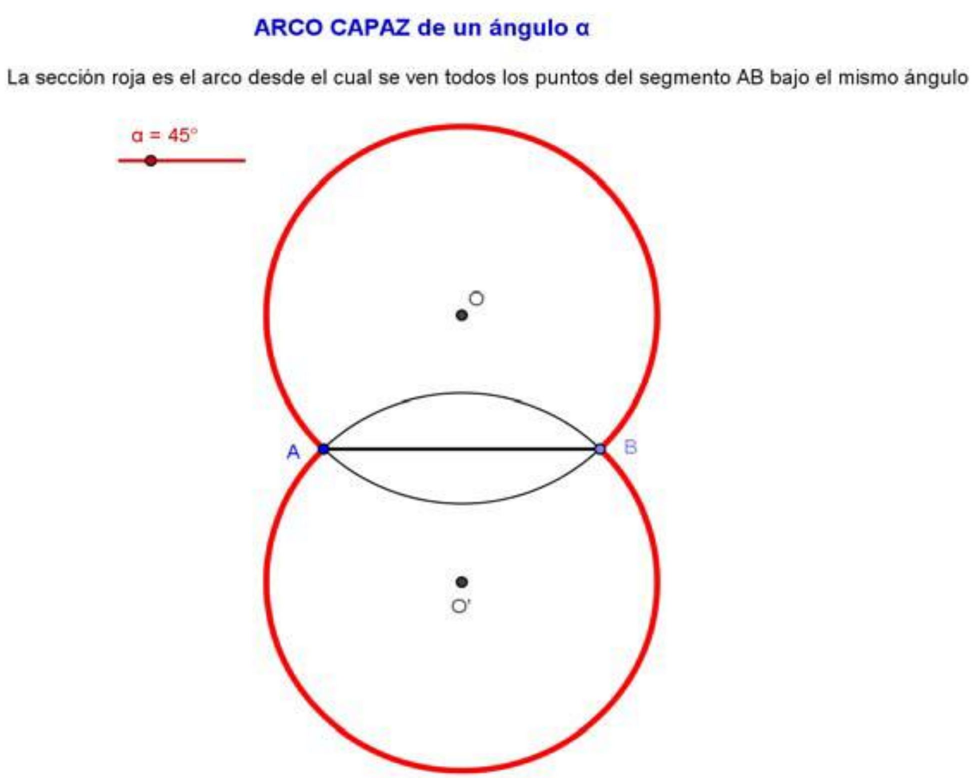
1. Tenemos un triángulo inscrito en una semicircunferencia como muestra la figura. Sabiendo que el arco AC = 40º halla los siguientes ángulos: CBA,CAB ,ACB CBA,CAB ,ACB.



2. Halla el valor de los seis ángulos señalados en la figura:



Sea un segmento AB, se denomina **arco capaz** de AB para un ángulo α al lugar geométrico de los puntos del plano M, tales que el ángulo AMB = α.



Casos particulares.

- El arco capaz de un ángulo recto, construido sobre el segmento es una semicircunferencia de diámetro AB.
- El lugar geométrico del vértice A de un ángulo recto BAC cuyos lados pasan por dos puntos fijos B y C es la circunferencia de diámetro BC.
- Un triángulo rectángulo es inscriptible en una semicircunferencia cuyo diámetro sea la hipotenusa del triángulo, o sea, $\alpha < 90º$

Actividades con Geogebra:

Realiza alguno de los casos particulares anteriores.

DAGOBERTO SALGADO HORTA