PRUEBAS

PARAMÉTRICAS

1. T DE STUDENT PARA UNA MUESTRA

Tipo de estudio	Transversal
Nivel de investigación	Descriptivo
Objeto estadístico	Comparar
Variable de estudio	Numérica (un grupo)
Tipo de distribución	Con normalidad

❖ ¿Qué es?

Prueba si la medida de la muestra de una variable difiere significativamente de la medida conocida de la población. Así podemos saber si una determinada muestra procede de una población cuya media verdadera se conoce.

❖ ¿Cuál es su fórmula?

En esta prueba se evalúa la hipótesis nula de que la media de la población estudiada es igual a un valor especificado μ_0, se hace uso del estadístico:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Donde:

$\bar{x}$: Media muestral.

s : Desviación estándar muestral.

n : Tamaño de la muestra.

Existen $n - 1$ grados de libertad asociados con la prueba t para una muestra.

❖ ¿En qué situaciones se debe de usar?

- Se utiliza la prueba t para una sola muestra cuando se tiene una sola población de interés, por ejemplo los alumnos del quinto grado A de secundaria; para el cual se quiere analizar una hipótesis sobre una característica de esta población.
- Para calcular la significación de las diferencias obtenidas por una muestra de sujetos en determinados test psicológicos y los valores medios de los baremos, tomados como valores poblacionales. O, en otros casos, para comparar la media del test de cada individuo con la media grupal, en cuyo caso primero hay que calcular la media del grupo y posteriormente aplicar la prueba t para una muestra.

¿Cuáles son sus supuestos?

- Tamaño de muestra : Menor de 30
- Variable : Numérica
- Distribución de datos : Normal

Caso práctico1:

El director del centro educativo Miguel Grau quiere verificar si el promedio de los estudiantes de quinto grado de educación primaria de la sección A es de 16 en la asignatura de Lógica y funciones, para ello selecciona una muestra de 16 estudiantes:

Datos:

15	14	13	16	17	15	14	13
16	17	15	14	16	17	13	12

2. T DE STUDENT PARA MUESTRAS INDEPENDIENTES

Tipo de estudio	Transversal
Nivel de investigación	Descriptivo
Objeto estadístico	Comparar
Variable de estudio	Numérica (dos grupos)
Tipo de distribución	Con normalidad

❖ ¿Qué es?

El procedimiento Prueba T para dos muestras independientes o T desapareadas (muestras no relacionadas) compara las medias de dos grupos de casos. Para esta prueba, idealmente los sujetos se deben de asignar aleatoriamente a dos grupos, de forma que cualquier diferencia en las respuestas sea debido al tratamiento y no a otros factores.

❖ ¿Cuál es su fórmula?

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}}$$

Dónde:

M_1 y M_2: Medias de ambos grupos,

s: Desviación típica

n: Número de casos.

❖ ¿En qué situaciones se debe de usar?

- Si tenemos **dos muestras**, permite contrastar si existen diferencias entre las medias de estas dos muestras.
- Tienen su aplicación más típica cuando las unidades estadísticas que definen a ambas muestras que están siendo comparadas no se superponen.

- La aplicación de un contraste paramétrico requiere la normalidad de las observaciones para cada uno de los grupos. La comprobación de esta hipótesis puede realizarse tanto por métodos gráficos (por medio de histogramas, diagramas de cajas o gráficos de normalidad) como mediante tests estadísticos. Un número suficiente de observaciones (mayor de 30) justifica la utilización del mismo test.
- Así mismo, este tipo de metodología exigirá que la varianza en ambos grupos de observaciones sea la misma.

❖ ¿Cuáles son sus supuestos?

- Variable dependiente: cuantitativa, variable independiente: nominal o categórica con dos dimensiones.
- Normalidad de los datos en ambas muestras.
- Homocedasticidad de las varianzas.

Caso práctico 2:

El director del colegio Bartolomé Herrera del distrito de Los Olivos está interesado en conocer las diferencias que existe entre los estudiantes varones y estudiantes mujeres, respecto a la nota obtenida en el examen final en el curso de matemática en los estudiantes del quinto año de secundaria; y para ello, toma una muestra de 28 estudiantes.

3. T DE STUDENT PARA MUESTRAS RELACIONADAS

Tipo de estudio	Longitudinal
Nivel de investigación	Descriptiva
Objeto estadístico	Comparar
Variable de estudio	Numérica (dos medidas)
Tipo de distribución	Con normalidad

- **¿Qué es?**

Las pruebas t de muestras dependientes o apareadas, consisten típicamente en una muestra de pares de valores con similares unidades estadísticas, o un grupo de unidades que han sido evaluadas en dos ocasiones diferentes (una prueba t de mediciones repetitivas). Un ejemplo típico de prueba t para mediciones repetitivas sería que los sujetos sean evaluados antes y después de un tratamiento.

Una prueba 't basada en la coincidencia de pares muestrales se obtiene de una muestra desapareada que luego es utilizada para formar una muestra apareada, utilizando para ello variables adicionales que fueron medidas conjuntamente con la variable de interés.

La valoración de la coincidencia se lleva a cabo mediante la identificación de pares de valores que consisten en una observación de cada una de las dos muestras, donde las observaciones del par son similares en términos de otras variables medidas. Este enfoque se utiliza a menudo en los estudios observacionales para reducir o eliminar los efectos de los factores de confusión.

❖ ¿Cuál es su fórmula?

$$t = \frac{\overline{x_D} - \mu_0}{\frac{s_D}{\sqrt{n}}}$$

Donde:

$\overline{x_D}$: Media muestral de la diferencia.

s_D : Desviación estándar de la diferencia.

n : Tamaño de la muestra.

Existen $n-1$ grados de libertad asociados con la prueba t para una muestra.

❖ ¿Cuáles son sus supuestos?

- Nivel de medida delas variables: métricas, es decir, de intervalo o razón.
- Distribución normal.
- Varianza de la diferencia de medidas: desconocida.
- Observaciones; pre_tratamiento y pos_tratamiento

Caso práctico 3:

Se realiza un estudio para conocer si el rendimiento académico de los estudiantes cambia luego de aplicar cierta metodología de enseñanza.

4. ANOVA CON UN FACTOR INTERSUJETOS

Tipo de estudio	Transversal
Nivel de investigación	Descriptivo
Objeto estadístico	Comparar
Variable de estudio	Numérica (más de dos grupos)
Tipo de distribución	Con normalidad

❖ ¿Qué es?

El análisis de la varianza (ANOVA) es uno de los tests estadísticos más ampliamente utilizados para probar la igualdad de más de dos medias de la población.Es decir: Hipótesis: Cuando se trata de comparar varias medias cabe la posibilidad de realizar comparaciones dos a dos Utilizando, por ejemplo el test t. Este procedimiento no es correcto. Si, como es habitual, se utiliza un valor crítico del 5 % para comprobar la hipótesis de ausencia de diferencias entre las medias de las poblaciones, el nivel de significación real será mucho mayor. Aunque todas las muestras procedieran de la misma población, una media del 5 % de los valores t superarán el valor crítico. Puede demostrarse que en 10 comparaciones independientes uno o más valores de t superará el valor crítico t 0,95 en un 40 % de ocasiones. Es decir, es relativamente fácil rechazar la hipótesis nula por un valor espurio de t a causa de la reiteración de comparaciones. Una segunda razón es la pérdida de precisión al estimar la varianza común cada dos grupos. Claro está que este problema se soluciona utilizando la varianza global, pero sigue en pie el problema de la significación.

❖ ¿Cuál es su fórmula?

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k = \mu$$

$$H_1: \exists \mu_i \neq \mu \quad i = 1,2, \ldots, K$$

¿En qué situaciones se puede usar?

Entre los usos más frecuentes de las pruebas *ANOVA* se encuentran:

- El Modelo de efectos fijos asume que los datos provienen de poblaciones normales las cuales podrían diferir únicamente en sus medias
- El Modelo de efectos aleatorios asume que los datos describen una jerarquía de diferentes poblaciones cuyas diferencias quedan restringidas por la jerarquía.
- El Modelo de efectos mixtos describen situaciones que éste puede tomar. Ejemplo: (donde están presentes ambos tipos de factores: fijos y aleatorios).

¿Cuáles son sus supuestos?

- La variable dependiente debe medirse al menos a nivel de intervalo.
- Independencia de las observaciones.
- La distribución de los residuales debe ser normal.
- Homocedasticidad: homogeneidad de las varianzas.

Caso práctico:

Se realiza un estudio para conocer si existe diferencia en tres métodos de lectura aplicados a tres grupos de estudiantes.

6. COEFICIENTE DE CORREALCIÓN "R" DE PEARSON

Tipo de estudio	Transversal
Nivel de investigación	Relacional
Objeto estadístico	Comparar
Variable de estudio	Numérica
Tipo de distribución	Con normalidad

¿Qué es?

En estadística, el coeficiente de correlación de Pearson es una medida de la relación lineal entre dos variables aleatorias cuantitativas. A diferencia de la covarianza, la correlación de Pearson es independiente de la escala de medida de las variables.

De manera menos formal, podemos definir el coeficiente de correlación de Pearson como un índice que puede utilizarse para medir el grado de relación de dos varia

¿Cuál es su fórmula?

En el caso de que se esté estudiando dos variables aleatorias **x** e **y** sobre una población estadística; el coeficiente de correlación de Pearson se simboliza con la letra $\rho_{X,Y}$ siendo la expresión que nos permite calcularlo:

$$\rho_{X,Y} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Donde:

- σ_{XY} es la covarianza de (X, Y)
- σ_X es la desviación típica de la variable X
- σ_Y es la desviación típica de la variable Y

De manera análoga podemos calcular este coeficiente sobre un estadístico muestral, denotado como r_{xy} a:

$$r_{xy} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{n s_x s_y} = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}\sqrt{n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

¿Cómo interpretarla?

Para interpretar el coeficiente de correlación utilizamos la siguiente escala:

Valor	Significado
-1	Correlación negativa grande y perfecta
-0,9 a -0,99	Correlación negativa muy alta
-0,7 a -0,89	Correlación negativa alta
-0,4 a -0,69	Correlación negativa moderada
-0,2 a -0,39	Correlación negativa baja
-0,01 a -0,19	Correlación negativa muy baja
0	Correlación nula
0,01 a 0,19	Correlación positiva muy baja
0,2 a 0,39	Correlación positiva baja
0,4 a 0,69	Correlación positiva moderada
0,7 a 0,89	Correlación positiva alta
0,9 a 0,99	Correlación positiva muy alta
1	Correlación positiva grande y perfecta

¿En qué situaciones se puede usar?

Dado dos variables, la correlación permite hacer estimaciones del valor de una de ellas conociendo el valor de la otra variable. Mide el grado de co-variación entre distintas variables relacionadas linealmente. Adviértase que decimos "variables relacionadas linealmente". Esto significa que puede haber variables fuertemente relacionadas, pero no de forma lineal, en cuyo caso no proceder a aplicarse la correlación de Pearson. Por ejemplo, la relación entre la ansiedad y el rendimiento tiene forma de U invertida; igualmente, si relacionamos población y tiempo la relación será de forma exponencial. En estos casos (y en otros muchos) no es conveniente utilizar la correlación de Pearson. Insistimos en este punto, que parece olvidarse con cierta frecuencia.

Caso práctico:

Se realiza un estudio para conocer la relación que existe entre el número de horas de estudio semanal y la calificación en un examen de Estadística.

PRUEBAS

NO PARAMÉTRICAS

7. X^2 BONDAD DE AJUSTE

Tipo de estudio	Transversal
Nivel de investigación	Descriptivo
Objeto estadístico	Comparar
Variable de estudio	Numérica – Ordinal – Nominal Politómica (un grupo)
Tipo de distribución	Sin normalidad

¿Qué es?

Se entiende por bondad de ajuste a la asimilación de los datos observados de una variable a una función matemática previamente establecida y reconocida. A través de este es posible entonces predecir el comportamiento de la variable de estudio.

Las pruebas de bondad de ajuste tienen por objetivo determinar si los datos disponibles se ajustan a una determinada distribución.

¿Cuál es su fórmula?

Entre las pruebas de bondad de ajuste más conocidos, tenemos:

CHI CUADRADO:

$$x^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

Distribución Ji-cuadrado con $v = k - r - 1$ grados de libertad

PRUEBA DE KOLMOGOROV SMIRNOV

$$F_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \begin{cases} 1 & si \ y_i \leq x, \\ 0 & alternativa. \end{cases}$$

Para dos colas el estadístico viene dado por:

$D_n^+ = \max\ (F_n(x) - F(x))$

$D_n^- = \max\ (F(x) - F_n(x))$

Donde $F(x)$ es la distribución presentada como hipótesis

NOTA: Ambas pruebas caen en la categoría de lo que en estadística se denominan pruebas de "Bondad de Ajuste" y miden, como el nombre lo indica, el grado de ajuste que existe entre la distribución obtenida a partir de la muestra y la distribución teórica que se supone debe seguir esa muestra.

¿En qué situaciones se puede usar?

- La prueba de bondad de ajuste se aplica en diseños de investigación en los que se estudia a un único grupo.
- La prueba compara la distribución de frecuencias observadas (F_o) de una variable usualmente cualitativa, pero que también puede ser cuantitativa, con la distribución de frecuencias de la misma variable medida en un grupo de referencia.
- El procedimiento de la prueba implica el cálculo de una distribución esperada (F_e) en el grupo estudiado, usando como punto de partida a la distribución de la variable en el grupo de referencia.
- El propósito de la prueba es averiguar si existen diferencias estadísticamente significativas entre la distribución observada (F_o) y la distribución esperada (F_e)
- En la prueba se plantean las siguientes estadísticas :

  Hipótesis estadística nula : $H_o: F_o = F_e$

  Hipótesis estadística alterna : $H_o: F_o \neq F_e$

- El procedimiento de la prueba incluye el cálculo de la medida Chi cuadrada. El rechazo de la Hipótesis nula ocurre cuando el valor calculado con los datos resulta mayor que el valor crítico de dicha medida contenido en una tabla llamada Valores Críticos de Chi cuadrada.
- En el caso de que el valor de Chi cuadrada calculada sea igual o menor al de Chi cuadrada crítica se dice que no rechaza a la Hipótesis nula y, por lo tanto, se concluye que la Fo es semejante a la Fe. En otras palabras, se dice que ambas distribuciones se ajustan bien; de ahí el nombre de la prueba: bondad de ajuste.