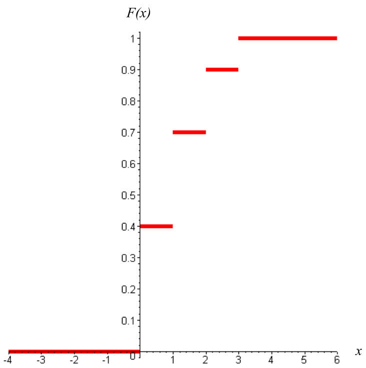
Soluciones

¿Has empezado cada problema definiendo de manera precisa la variable aleatoria que entra en juego? ¿Has dado sus unidades de medida?

1. (a) $[X < 145]$ (b) $[X \geq 250]$ (c) $[200 \leq X \leq 250]$ (d) $[X > 240]$
   (e) $[175 < X \leq 200]$ (f) $\varnothing$ (d) $[X < 150] \cup [X > 250]$
2. (a) $F(0)$ (b) $F(5) - F(3)$ (c) $F(-7)$
   (d) $F(1) - F(-3)$ (e) $F(1)$ (f) $F(1)$
   (g) $1 - F(1)$ (h) $1 - F(-3)$ (i) $F(3) - F(-2)$
   (j) $1 + F(-3) - F(1)$ (k) $1 - F(-7) - F(3)$
3. (a)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 0{,}40 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0{,}70 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 0{,}90 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$$

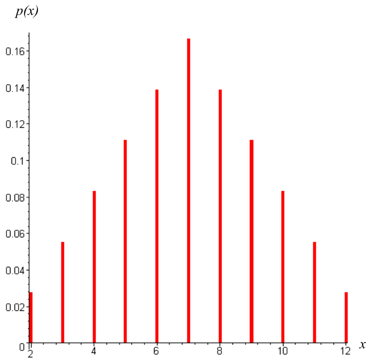


   (b) $p[V \geq 2] = p(2) + p(3) = 0{,}30$ (c) $p[V \geq 2] = 1 - F(1) = 0{,}30$
4. (a) 0,20 (b) 0,61 (c) 0,78
   (d) 0,53 (e) $E(X) = 2{,}80$ defectos,
   $Var(X) = 1{,}94$ (defectos)^2; $\sigma = 1{,}39$ defectos
5. (a) $Sop(X) = \{2, 3, 4, \ldots, 10, 11, 12\}$

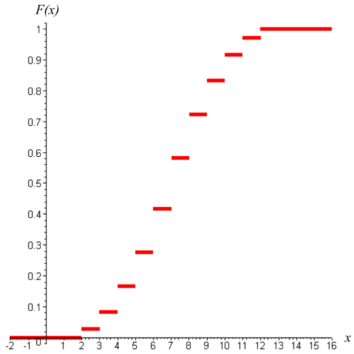
   (b)

x_i	$p[X = x_i]$
2	1/36
3	2/36
4	3/36
5	4/36
6	5/36
7	6/36

x_i	$p[X = x_i]$
8	5/36
9	4/36
10	3/36
11	2/36
12	1/36



(c) $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<2 \\ 1/36 & \text{si } 2\le x<3 \\ 3/36 & \text{si } 3\le x<4 \\ 6/36 & \text{si } 4\le x<5 \\ 10/36 & \text{si } 5\le x<6 \\ 15/36 & \text{si } 6\le x<7 \end{cases}$ $\quad F(x)=\begin{cases} 21/36 & \text{si } 7\le x<8 \\ 26/36 & \text{si } 8\le x<9 \\ 30/36 & \text{si } 9\le x<10 \\ 33/36 & \text{si } 10\le x<11 \\ 35/36 & \text{si } 11\le x<12 \\ 1 & \text{si } 12\le x \end{cases}$



(d) 15/36 (e) 26/36

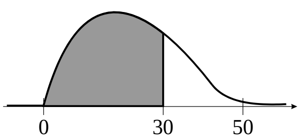
(f) $E(X)=7$ puntos; $Var(X)=54{,}83$ (puntos)^2; $\sigma=2{,}42$ puntos

6.

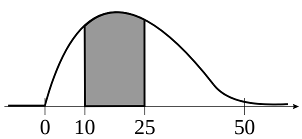
x_i	$p[X=x_i]$
–100	0,4
–50	0,3
0	0,25
400	0,04
900	0,01

La probabilidad de que no pierda dinero es 0,3

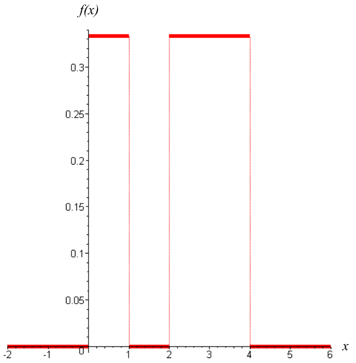
7. (a)



(b)

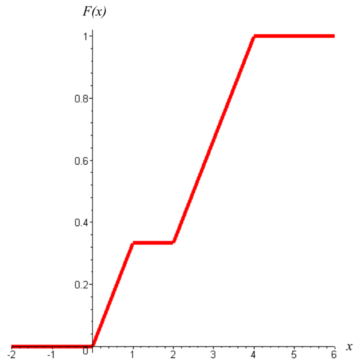


8. (a)



(b)

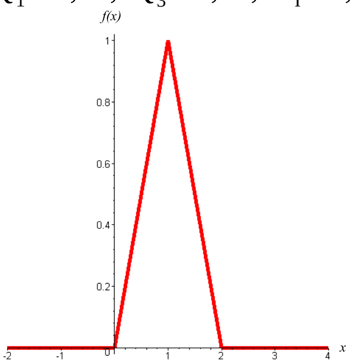
$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x\le 0 \\ \dfrac{x}{3} & \text{si } x\in(0,1) \\ \dfrac{1}{3} & \text{si } x\in[1,2] \\ \dfrac{1}{3}(x-1) & \text{si } x\in(2,4) \\ 1 & \text{si } x\ge 4 \end{cases}$$



(c) 0,2 (d) 0,1 (e) 0,6

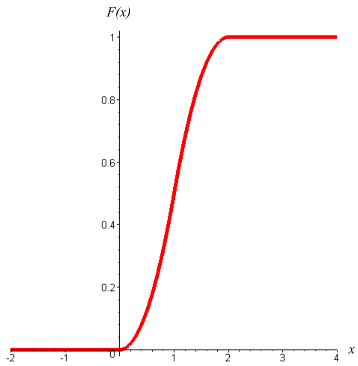
(f) $Q_1=0{,}75,\ Q_3=3{,}25,\ R_I=2{,}5$

9. (a)



(b)

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x\le 0 \\ \dfrac{x^2}{2} & \text{si } x\in(0,1) \\ 1-\dfrac{(2-x)^2}{2} & \text{si } x\in[1,2) \\ 1 & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$$



(c) $E(X)=1,\ Var(X)=1/6$ (d) $p_{(30)}=0{,}77,\ p_{(70)}=1{,}23$

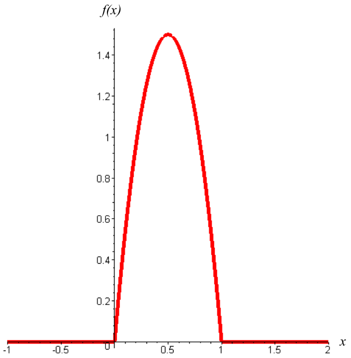
10. (b) 0,23 (c) 0,464 (d) 0,53

(e) $E(X)=230$ gramos, $\sigma=1{,}4434$ gramos

11. 50,22%

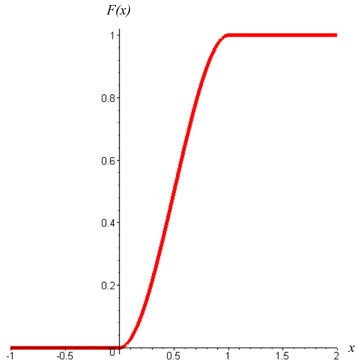
12. (a) 0,2593 (b) 0,3762 (c) 0,2199 (d) 0

13. (a)



(b)

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x<0\\ 3\cdot x^2-2\cdot x^3 & \text{si } x\in[0,1]\\ 1 & \text{si } x>1\end{cases}$$



(c)

Tipo Gasolina	Porcentaje (%)
1	50.00
2	39.60
3	10.40

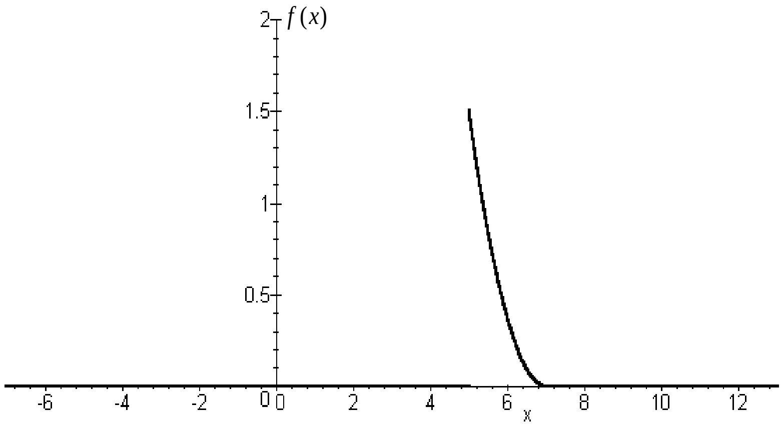
(d) precio medio por litro de gasolina = 0.8604 euros

14. (a) 8/9 (b) 0,75 (c) 0,1020 (d) $M_e = 41{,}42$ h

15. (a) 0,25 (b) 1/9 (c) 0,0625 (d) 4/9

16. (a) 0,8438 (b) 400 kilocalorías

17. (b)



(c) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 5 \\ 1 - \dfrac{(7-x)^3}{8} & \text{si } 5 \le x \le 7 \\ 1 & \text{si } x > 7 \end{cases}$

(d) 0,875

(e) 0,3579

(f) $E(X) = 5{,}5$ y $Var(X) = 0{,}15$

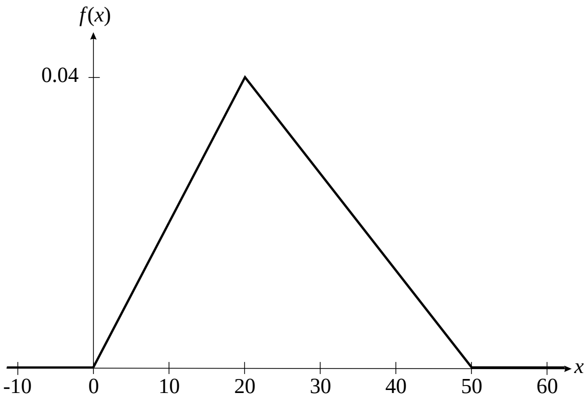
(g) $M_e = 7 - \sqrt[3]{4}$, $Q_1 = 7 - \sqrt[3]{6}$, $Q_3 = 7 - \sqrt[3]{2}$, $R_I = \sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{2}$

(h) La probabilidad de que el pH sea menor que 5,5 es 0,5781. Por lo tanto, es bastante probable que X tome valores menores que 5,5.

18.

x_i	$p[X = x_i]$
0	0,2
1	0,4
2	0,3
3	0,1

19. (a)



(c) De entre las personas que tienen en la sangre una cantidad de plomo superior a 15 p.p.m., el 8,6% lo tienen superior a 40 p.p.m.

(d) $E(X) = 18{,}4$ p.p.m. (e) 7/12 (f) 0,1790

20. $\mu = 80$ dólares y $\sigma = 9{,}5$ dólares. El coste queda en el intervalo (61,03, 98,97) con una probabilidad de al menos 0,75.

21. $\mu = 14$ cm y $\sigma = 0{,}4472$ cm.

22. (a) 0,1384 (b) 0,4629 (c) 2,5 personas

23.

r	0	1	2	3	4	5
$p[X \ge r]$	1	0,8926	0,6242	0,3222	0,1209	0,0328

r	6	7	8	9	10
$\mathrm{p}[X \geq r]$	0,0064	0,0009	0,0001	0,0000	0,0000

La pérdida media diaria por averías será de 1 millón de ptas.

24. $\binom{300}{k}\left(\frac{1}{365}\right)^{k}\left(\frac{364}{365}\right)^{300-k}$

25. (a) 0,0037 (b) 0,003 (c) 0,7216
    (d) 0,8232 (e) 10,5 personas

26. (a) Proceso de Bernoulli asociado: viene dado por las variables $X_1, X_2, \ldots, X_{250}$ en donde:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si la azalea i-ésima es de color naranja} \\ 0 & \text{si la azalea i-ésima no es de color naranja} \end{cases}$$

Por lo tanto: $X_1, X_2, \ldots, X_{250}$ son variables aleatorias independientes con

$$X_i \to \mathrm{B}(0{,}07)$$

(b) Sea $X=$ *'número de azaleas, entre las 250, que son de color naranja',* entonces:

$$X \to \mathrm{B}(250,\ 0{,}07)$$

(si la muestra la hemos tomado de una población lo suficientemente grande).

27. (a) Proceso de Bernoulli asociado: viene dado por las variables $X_1, X_2, \ldots, X_{1000}$ en donde:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si la persona i-ésima tiene el Rh positivo} \\ 0 & \text{si la persona i-ésima tiene el Rh negativo} \end{cases}$$

Por lo tanto: $X_1, X_2, \ldots, X_{1000}$ son variables aleatorias independientes con

$$X_i \to \mathrm{B}(0{,}85)$$

(si la muestra la hemos tomado de una población lo suficientemente grande).

(b) Sea $X=$ *'número de personas, entre las 1000 de la muestra que tienen el Rh positivo',* entonces:

$$X \to \mathrm{B}(1000,\ 0{,}85)$$

(c) Sea $X=$ *'número de personas, entre las 1000 de la muestra que tienen el Rh negativo',* entonces:

$$X \to \mathrm{B}(1000,\ 0{,}15)$$

28. (a) Proceso de Bernoulli asociado: viene dado por las variables $X_1, X_2, \ldots, X_{40}$ en donde:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si para la piña i-ésima el tiempo transcurrido entre la polinización y} \\ & \text{la fertilización ha sido inferior a 6 meses} \\ 0 & \text{si para la piña i-ésima el tiempo transcurrido entre la polinización y} \\ & \text{la fertilización ha sido superior a 6 meses} \end{cases}$$

Por lo tanto: $X_1, X_2, \ldots, X_{40}$ son variables aleatorias independientes con

$$X_i \to \mathrm{B}(0{,}5)$$

(si la muestra la hemos tomado de una población lo suficientemente grande).

(b) Sea $X =$ *'número de piñas, entre las 40, para las que el tiempo transcurrido entre la polinización y la fertilización es inferior a seis meses',* entonces:

$$X \to \mathrm{B}(40,\ 0{,}5)$$

29. (a) $X \to \mathrm{P}(5)$ (b) 0,0067 (c) 0,3840
30. (a) 0,4357 (b) 0,1609
31. 0,3935
32. (a) 0,1184 (b) 0,1171 (c) Sí
33. Sea $X =$ Número *de aciertos entre los números* e $Y =$ *Número de aciertos entre las estrellas*. $\mathrm{Sop}(X) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ y $\mathrm{Sop}(Y) = \{0, 1, 2\}$. Entonces:

(a) Si se hace una apuesta sencilla: $p[X = a \ y \ Y = b] = \dfrac{\binom{5}{a}\binom{45}{5-a}\binom{2}{b}\binom{7}{2-b}}{\binom{50}{5}\binom{9}{2}}$

(b) Si se hace una apuesta múltiple de 6: $p[X = a \ y \ Y = b] = \dfrac{\binom{5}{a}\binom{45}{6-a}\binom{2}{b}\binom{7}{2-b}}{\binom{50}{6}\binom{9}{2}}$

(c) Si se hace una apuesta múltiple de 7: $p[X = a \ y \ Y = b] = \dfrac{\binom{5}{a}\binom{45}{7-a}\binom{2}{b}\binom{7}{2-b}}{\binom{50}{7}\binom{9}{2}}$

(d) Si se hace una apuesta sencilla: $p\,[\,no\ obtener\ premio\,] = 0{,}9575$
Si se hace una apuesta múltiple de 6: $p\,[\,no\ obtener\ premio\,] = 0{,}9410$
Si se hace una apuesta múltiple de 7: $p\,[\,no\ obtener\ premio\,] = 0{,}9221$

35. (a) 0,0835 (b) 0,8951
36. (a) $E(X) = 90$ semillas
(b) $p[\,X \le 84\,] \cong 0{,}0336$, luego, sí sería sospechoso observar que han germinado 84 semillas o menos
37. 0,0374
38. *Sin reemplazamiento*:

$$\text{p(rechazar el lote)} = 1 - \frac{\binom{1000(1-p)}{50} + \binom{1000p}{1}\binom{1000(1-p)}{49}}{\binom{1000}{50}}$$

Con reemplazamiento: $\text{p(rechazar el lote)} = 1 - \left[(1-p)^{50} + 50p(1-p)^{49}\right]$

	$p = 0{,}004$	$p = 0{,}01$
Sin reemplazamiento	0,0138	0,085

Con reemplazamiento	0,0173	0,089

39. (a) 0,5526

    (b) El tiempo de instalación es de 9,5 minutos en promedio con una desviación estándar de 5,4 minutos.

40. (a) 0,0183 (b) 0,5665 (c) 0,8088

41. Para satisfacer la demanda con una probabilidad de 0,90 ha de tener unas existencias de 30 televisores y para satisfacerla con una probabilidad de 0,99 debería tener unas existencias de 36 televisores.

42. (a) 0,0067 (b) 0,3840

43. (a) 0,1271 (b) 0,6406 (c) 0,9834

    (d) 0,1093 (e) 0,1413 (f) 0,5876

44. (a) $z_1 = 1{,}48$ (b) $z_2 = -0{,}74$ (c) $z_3 = 0{,}55$ (d) $z_4 = 2{,}17$

45. (a) 0,9332 (b) 0,6915 (c) 0,9544 (d) 0,0013183

46. (a) $x_1 = 9{,}96$ (b) $x_2 = -2{,}48$ (c) $x_3 = 0{,}27$

47. (a) 34,38% (b) 94,06% (c) 5,21%

    (d) $p_{(70)} = 27{,}34$ cm, $p_{(20)} = 21{,}22$ cm

48. $\sigma \cong 1{,}170$ cm $p[X > 8] = 0{,}0436$

49. $\mu \cong 9{,}8691$ mm y $\sigma \cong 2{,}8847$ mm

50. (a) 0,0036 (b) 0,00219

51. (a) $E(X) = 14$ loros, $p[X \leq 15] \cong 0{,}6554$

    (b) Deben capturar, como mínimo, 500 loros

52. 0,1841

53. Aproximadamente, 3 paquetes de cada 10 000 no cumplirán la garantía

54. (a) Sea $Y =$ porcentaje *de piezas defectuosas que contiene la caja*

    $X =$ *número de piezas defectuosas que hay en la muestra de tamaño 50*

    Con reemplazamiento:

    $$X/_{Y=k} \to \mathsf{B}\left(50, \frac{k}{100}\right), \quad k = 0,1,\ldots,6$$

    $$p\left(X = 6/_{Y=k}\right) = \binom{50}{6}\left(\frac{k}{100}\right)^{6}\left(1 - \frac{k}{100}\right)^{44}$$

    Sin reemplazamiento:

    $$X/_{Y=k} \to \mathsf{H}(1200, 12k, 50), \quad k = 0,1,\ldots,6$$

$$p\left(X=6 \middle/ Y=k\right)=\frac{\binom{12k}{6}\binom{1200-12k}{44}}{\binom{1200}{50}}$$

Proporción de piezas defectuosas en la caja (k)	Con reemplazamiento $p\left(X=6 \middle/ Y=k\right)$	Sin reemplazamiento $p\left(X=6 \middle/ Y=k\right)$
0	0	0
1	0,000010	0,0000029
2	0,00042	0,00026
3	0,0030	0,0024
4	0,011	0,0096
5	0,026	0,024
6	0,049	0,047

(b) *Con reemplazamiento:* $\mathrm{p}\left(Y\le 2 \middle/ X=6\right)=\dfrac{\sum_{k=1}^{2}\mathrm{p}(Y=k)\,k^6\,(100-k)^{44}}{\sum_{k=0}^{6}\mathrm{p}(Y=k)\,k^6\,(100-k)^{44}}=0.107$

Sin reemplazamiento: $\mathrm{p}\left(Y\le 2 \middle/ X=6\right)=\dfrac{\sum_{k=1}^{2}\mathrm{p}(Y=k)\binom{12k}{6}\binom{1200-12k}{44}}{\sum_{k=0}^{6}\mathrm{p}(Y=k)\binom{12k}{6}\binom{1200-12k}{44}}=0.074$

55. (a) 0,1710738 (b) [181, 219]

56. (a) 0,8781

(b) Y= *número de tubos, entre 40, que no contienen bacterias* $\Rightarrow X \rightarrow \mathsf{B}(40,\ 0{,}2725)$ 0,4168.

(c) Aproximadamente, el 6% de los tubos que contienen bacterias, contendrán por lo menos 4 bacterias.

57. (a) 0,8810 (b) 0,6840

58. (a) $Y=7\cdot X_1 \rightarrow \mathsf{N}(21,\ 196)$

(b) $W=\sum_{i=1}^{7} X_i \rightarrow \mathsf{N}(21,\ 28)$

59. (a) 0,000968 (b) 0,2736

60. (a) $Y \rightarrow \mathsf{B}(10,\ 0{,}0475)$, $p[Y=2]=0{,}0688$

(b) 0,00415, 0,9049

61. 0,1558

62. Aproximadamente, el 5% de los lotes tendrá más de 4 piezas defectuosas

63. $0{,}2186 \times 10^{-7}$

64. (a) $\mathsf{N}(96,\ 100)$ (b) $\mathsf{N}(4{,}36,\ 0{,}0065)$

65. (a) n ha de ser como mínimo de 919 semillas.

(b) 0,6013

66. (a) $k = \dfrac{1}{b-a}$

(b) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & \text{si } x \in [a,\ b] \\ 1 & \text{si } x > b \end{cases}$

(c) $\dfrac{b-d}{b-c}$

(d) $E(X) = \dfrac{a+b}{2},\ Var(X) = \dfrac{(b-a)^2}{12}$

67. 0,3125

68. (a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{20} & \text{si } 0 \le x \le 20 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$

(b) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \dfrac{x}{20} & \text{si } 0 \le x \le 20 \\ 1 & \text{si } x > 20 \end{cases}$

(c) $E(X) = 10,\ \sigma = 5{,}7735$

69. Si medimos los ángulos en grados y en el sentido de las agujas del reloj, tomando la dirección Norte como origen de ángulos, entonces:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{360} & \text{si } x \in [0,\ 360] \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \dfrac{x}{360} & \text{si } x \in [0,\ 360] \\ 1 & \text{si } x > 360 \end{cases}$$

70. (a) $p[X = x] = p\, q^{x-1};\ x = 1,\ 2,\ 3\ldots$

(b) $p[X = x] = \binom{x-1}{r-1} p^r\ q^{x-r};\ \ x = r,\ r+1,\ r+2, \ldots$

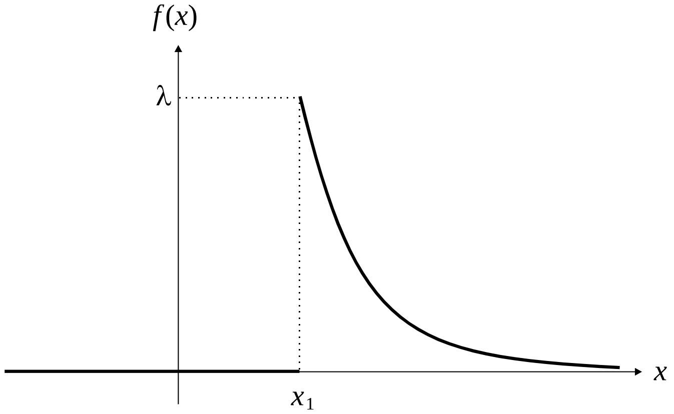
71. (a) 0,0154 (b) 0,0256

72. (a) 0,0145 (b) 0,0256 (c) 1,67 llamadas

73. 0,2316

74. (a) 0,282 (b) $\mathrm{E}(X) = 16{,}67$

75. (b)



(c) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_1 \\ 1 - e^{-\lambda(x - x_1)} & \text{si } x \geq x_1 \end{cases}$

(d) $E(X) = x_1 + \dfrac{1}{\lambda}, \quad Var(X) = \dfrac{1}{\lambda^2}$

76. (a) 0,3442

(b) El 95% de las bacterias vive menos de 674 días ($\cong$ 22,5 meses)

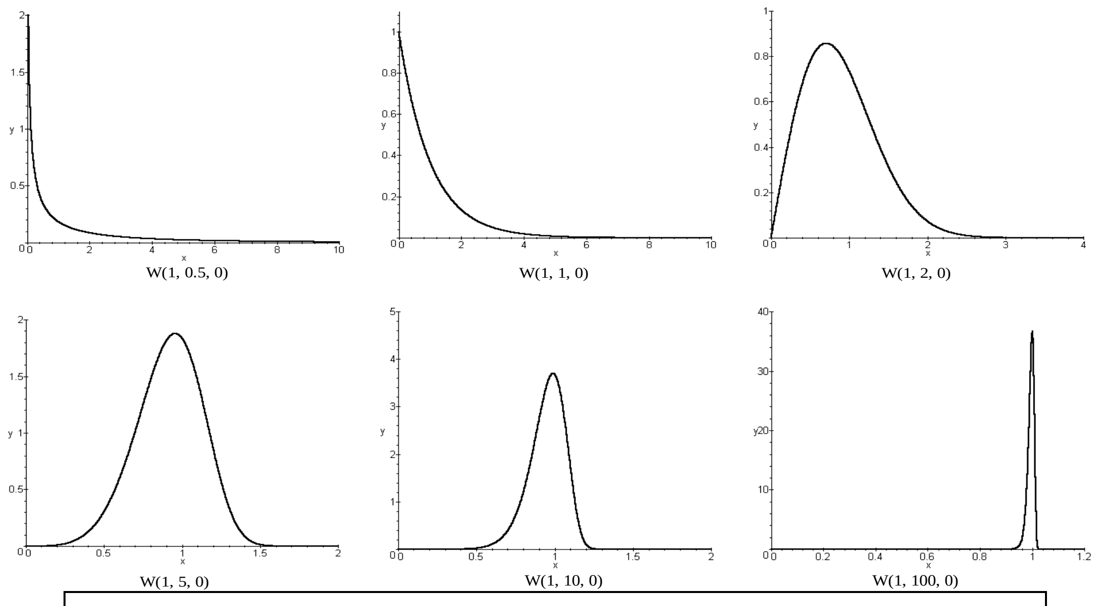
(c) 0,6703

77. (a) 0,0821 (b) 0,0273

78. (a) 0,2865 (b) 0,5091

79. (a) $T \to exp(\lambda)$ (b) 0,0183

80.



Densidades de Weibull para $a = 1$, $x_1 = 0$ y distintos valores de b.

(b) $$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_1 \\ ab(x - x_1)^{b-1}\, e^{-a(x-x_1)^b} & \text{si } x \geq x_1 \end{cases}$$

81. (a) 0,554745 (b) 0,6966

82. 0,0309

83. (a) ººº30,61 km/h (b) Aproximadamente, el 3% de los días.

84.

Clase diamétrica (cm)	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
Frecuencia esperada	0	2	15	63	166

Clase diamétrica (cm)	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 ó más
Frecuencia esperada	288	295	145	25	1